DE

EUCLIDIS ELEMENTORUM LIBRIS

QUI FERUNTUR XIV ET XV

DISSERTATIO INAUGURALIS

QUAM

AD SUMMOS IN PHILOSOPHIA HONORES

AB AMPLISSIMO

PHILOSOPHORUM ORDINE LIPSIENSI

RITE IMPETRANDOS

SCRIPSIT

GUSTAVUS KLUGE

ASCHERSLEBENSIS

LIPSIAE

TYPIS HIRSCHFELDIANIS

MDCCCLXXXXI

CURTIO WACHSMUTH

SACRUM

Adduntur Elementorum Euclidis libris tredecim in codicibus melioribus alii duo, quorum alter inscriptus est in cod. Vindob. 103: *Εὐκλείδου ιδ'. Ὑψικλέους τὰ εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενα,* in codd. Vatic. Gr. 190, Bodlei. Dorvill. X, 1, Vatic. 1038: *Ὑψικλέους τὸ εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενον,* in cod. Monac. 427: *Τὸ εἰς Εὐκλείδην ἀναφερόμενον ιδ' Ὑψικλέους,* in reliquis vel item vel simillime[1]), alter ipsi Euclidi tribui solet (*Εὐκλείδου ιε'* codd. Bodlei. Dorvill. X 1, Vatic. 1038, Vindob. 103; *Εὐκλείδου ιδ'* Vatic. Gr. 190). Quibus e titulis id ilico videtur concludi posse, quod Euclidis nomen duobus illis libris praescriptum est prorsus nihil valere ad solvendam de illorum auctore quaestionem. Manifestum enim est inscriptiones illas *Εὐκλείδου ιδ'* et *Εὐκλείδου ιε'* nemini deberi nisi librariis, qui numeris continuis codicum libros notantes simul Euclidis nomen ubique ascripserunt, quamquam in altero titulo alius iam mathematici nomen legebatur. Itaque opuscula illa ab Euclide esse abiudicanda, id quod vix ullus unquam negavit homo doctus, argumentis confirmare plane est supervacaneum. Aliter vero iudicandum esse videtur de tradito Hypsiclis nomine. Quod quomodo a librario quodam fingi potuerit, cum hic scriptor, cuius quattuor omnino praeter hunc locis mentio fit[2]), inter mathematicos minus notos haud dubie sit referendus, aegre intellegitur, quamobrem quin re vera hic libellus ab Hypsicle confectus sit, non est cur dubitemus.

1) Cf. Heibergi librum, qui inscribitur 'Studien über Euclid', p. 154.

2) 1. In titulo libelli cuiusdam, qui inscribitur *Ἀναφορικός*, de quo etiam paulo inferius agendum erit. 2. Apud Diophantum, *Περὶ πολυγώνων ἀριθμῶν* ed. Bachet Meziriac p. 18 sq., ubi legimus eum praecepta dedisse de polygoniis quos vocant numeris inveniendis per consummandas series quae dicuntur arithmeticas. 3. Ab Achille Tatio, *Εἰςαγωγὴ εἰς τὰ Ἀράτου φαινόμενα* ed. Petavius, Uranologium p. 136 *A*: *περὶ δὲ τῆς ἐναρμονίου κινήσεως αὐτῶν εἶπεν, ὡς ἔφην, Ἄρατος ἐν τῷ κανόνι καὶ Ἐρατοσθένης ἐν τῷ Ἑρμῇ καὶ Ὑψικλῆς καὶ Θράσυλλος καὶ Ἄδραστος Ἀφροδισιεύς.* 4. A Theophylacto, *Παιδεία βασιλική* ed. Possinus p. 78: *καὶ οὐδὲ τοῖς τὰς πύλας τηροῦσιν ὁ Ἀρχιμήδης, ὁ Εὐκλείδης, ὁ Ὑψικλῆς ἀνεπίγνωστοι,* quod testimonium nihil valet ad id quod protuli iudicium refellendum, cum appareat Hypsiclem ab illo undecimi saeculi scriptore propterea tantum una cum Euclide hic laudari, quod in Elementorum codicibus eius liber tradebatur.

Quocum libro ille quem ferunt XV, quoniam sequi solet in codicibus et problemata continet ex eadem artis geometricae disciplina sumpta, plerumque coniunctus eidemque cui antecedens auctori contra librorum testimonia est addictus. Itaque factum est, ut eiusdem libelli locus quidam, qui ad cognoscenda auctoris tempora ansam videbatur praebere — commemoratur p. 50, 21 (ed. Heiberg) Isidorus quidam scriptoris magister verbis ὁ ἡμέτερος μέγας διδάσκαλος laudatus —, adhiberetur ad definiendam Hypsiclis aetatem, unde perversae de illo mathematico opiniones exortae sunt[1]), quae usque ad nostram fere aetatem vigebant.

Novam autem quaerendi viam patefecit Friedlein dissertatione de Hypsicle mathematico edita (Bullettino Boncompagni 1873 p. 496). Qui quod iam antea Georgius Valla et Peyrardus (cf. Heiberg l. l. p. 155) suspicati erant: abiudicandum esse librum XV ab Hypsicle, primus argumentis comprobavit illud opusculum demonstrans plane esse indignum, quod mathematico admodum perito — qualem Hypsiclem fuisse ex eis, quae de illius operibus memoriae prodita sunt (cf. p. 1 adn. 2), cognoscimus — attribuamus, ideoque separandum esse a libro XIV, cuius in exordio aptissimam ostendit ad definiendam auctoris aetatem ansam dari. Nam duae ibi editiones libelli cuiusdam Apollonii Pergaei commemorantur, quarum priorem solam narrat scriptor patri suo fuisse notam, se ipsum perlegisse etiam alteram, ipsam quoque ab Apollonio editam, unde iure Friedlein conclusit patrem, quem verisimillimum esset ante secundam illam editionem mortuum esse, aequalem fuisse Apollonii maiorem natu, Hypsiclem ipsum paulo hoc fuisse minorem, circa annum igitur a. Chr. n. ducentesimum vixisse. Alterum vero librum, XV quem ferunt, vir ille doctus saeculo p. Chr. n. quarto vel quinto existimavit esse confectum.

Itaque de Hypsicle quaestio Friedleini dissertatione absoluta, quoad a nobis fieri potest, esse mihi videtur, nec quicquam novi postea de illo mathematico est prolatum, nisi quod nuperrime libellum illum Ἀναφορικός inscriptum, de cuius aetate Bretschneider iam ante Friedleinum coniecturam satis probabilem protulit huius dissertatione deinde confirmatam[2]), Manitius in editione accuratissima (addita indici scholarum gymnasii 'Sanctae Crucis' Dresdensis 1888) ab eo conatus est

1) Cf. G. I. Vossius, 'De universae matheseos natura et constitutione' p. 53 sq.; Fabricius, bibliotheca Graeca IV p. 20.

2) Hic in libro, qui inscribitur 'Die Geometer vor Euclid', p. 182 rectissime monuit veri esse simillimum illud opusculum compositum esse, antequam trigonometria (quae geometriae disciplina illius auctori plane videtur ignota fuisse) ab Hipparcho sit inventa, i. e. ante annum a Chr. n. 150.

abiudicare, quod Hypsicle esset indignus maxime propter errorem quendam admodum gravem. Sed recte Oehmichen, qui recensuit Manitii editionem ('Philolog. Wochenschrift' 1888 p. 683), demonstravit nihil inesse in verbis traditis, quo eiusmodi mendum auctori tribuere cogeremur, neque id, quod Manitius ei crimini dedit, re vera illum commisisse. Itaque non est, cur traditum scriptoris nomen in dubium vocemus, praesertim cum ea quae in Anaphorico ad problema solvendum adhibetur ratio — computantur singulorum zodiaci siderum ascensus per ordinum quos vocant arithmeticorum consummationem — optime congruat cum ea, qua legimus apud Diophantum l. l. (cf. p. 1 adn. 2) Hypsiclem usum esse ad inveniendos numeros qui dicuntur polygonios. Problemata autem astronomica quoque ab eodem tractata esse Achilles Tatius l. l. (cf. p. 1 adn. 2) testatur.

Iam vero disserenda erunt quae de libro XV post Friedleinum homines docti coniecerunt. Ac de Hypsicle quidem illi assensus Martin (Bullettino Boncompagni 1874 p. 263 sqq.) putavit illis quae iam commemoravimus verbis *Ἰσίδωρος ὁ ἡμέτερος μέγας διδάσκαλος* significari Isidorum Alexandrinum, recentioris scholae Platonicae asseclam, a Damascio Damasceno cognomine *ὁ μέγας* ornatum, qui floruit circa annum p. Chr. n. 510. Cum enim duos omnino constaret philosophos 'magnos' esse appellatos: Parmenidem a Platone et Isidorum illum a Damascio discipulo, nemini nisi Damascio librum XV ille censuit addici posse. Quam opinionem improbaverunt et Tannery (bulletin des sciences mathémat. 1879 p. 263) et deinde (huius iudicium ignorans) Heiberg (revue critique 1881 p. 381, cf. etiam 'Studien über Euclid' p. 156) monentes, quia neque Isidorum philosophum neque Damascium Damascenum memoriae sit proditum studiis mathematicis incubuisse, de his cogitare vix nobis licere; sed alium quendam eiusdem nominis hominem constare arti mathematicae dedisse operam: Isidorum Milesium, qui Byzantii 'Sanctae Sophiae' quod vocabatur templum aedificavit, ab Eutocio Ascalonita discipulo saepius verbis *ὁ ἡμέτερος διδάσκαλος* laudatum[1]). Ad hunc igitur libri XV locum illi rettulerunt et ab huius discipulo quodam, condiscipulo Eutocii, id opusculum saeculi p. Chr. n. sexti parte posteriore confectum esse concluserunt. Neque potest negari hanc coniecturam esse omnium, quae adhuc prolatae sunt, veri simillimam, quamobrem a plurimis videtur comprobari.

Tamen hanc de XV libro quaestionem ad finem iam pervenisse mihi non persuasi, cum illa cuius mentionem fecimus dissertatio, qua

1) In commentario ad Archimedis libros composito: Arch. ed. Heiberg vol. III p. 56, 26; 98, 15; 260, 16; 302, 16.

Friedlein ostenderat illum librum nihil esse nisi opuscula tria diversa, nullo inter se vinculo coniuncta, conscripta a duobus vel tribus auctoribus eisque rerum mathematicarum imperitissimis, compluribus de causis non mihi videatur idonea esse, qua ad rectum de illo libello iudicium adducamur. Nam Friedlein, qui id imprimis agebat, ut exemplis maxime insignibus auctoris demonstraret inscientiam, satis habuit ad singula problemata — praebet enim textum in Latinum translatum — adnotationes quasdam adiunxisse, quo fit ut non solum, cum haud pauca, in quibus etiam maioris momenti nonnulla, omiserit, multa addenda, sed etiam corrigenda quaedam sint, quia vel eorum in quibus offendit ille locorum complures recepta codicum meliorum scriptura sanati sunt, vel in paucis etiam ipse videtur errasse, quarum rerum infra proferentur exempla. Unum vero, quod plane ille neglexit, praeter cetera puto in hac praecipue quaestione premendum esse: in illo libello bene esse discernenda ea, quae lacunosa imperfectaque videmus esse, ab eis, quae re vera falsa sunt. Nam e demonstratione ad finem non perducta vel e figurae descriptione non plane absoluta nihil cognoscimus nisi librum non omni ex parte esse perfectum, fortasse etiam breviter tantum adumbratum, sed nullo modo concludere licet ab imperito inertique mathematico esse conscriptum. Ac quoniam ea, quae vituperavit Friedlein, nisi tolluntur genuinis auctoris verbis restitutis, saepe eiusmodi sunt brevitatis vestigia, errores autem, qui in primis quinque problematis haud pauci inveniuntur, partim eum fugisse videntur, partim non ita, ut oportet, premuntur — quamobrem quid intersit inter primam et reliquas partes non satis ille intellexit — concedendum erit alteram eamque accuratiorem de libro illo quaestionem non esse supervacaneam, praesertim cum Friedleini dissertatio omnium quae adhuc vel de aetate vel de auctore libri XV prolatae sunt coniecturarum quasi fundamentum fuerit.

Accedit etiam quod Tannerii Heibergique illa de scriptore huius libelli opinio ad ultimam partem solam referenda est, quoniam adhuc non habemus, cur duas eas quae antecedunt eidem mathematico addicamus.

Quae cum ita sint, primo loco, ut de auctoribus singularum partium aliquanto certius, quoad fieri potest, iudicare nobis liceat, accuratius denuo quaenam imperfecta, quae falsa inveniantur in libro XV examinandum erit, confirmabimusque iudicium argumentis quibusdam e scriptorum illorum dicendi ratione petitis; deinde spectabimus, num quid e vocabulorum imprimis geometricorum usu cum aliorum mathematicorum consuetudine dicendi comparato conicere liceat de temporibus, quibus opuscula illa orta esse videantur; postremo quomodo factum sit,

ut additamenta illa Euclidis Elementorum ad nostram aetatem pervenerint, exponere aliorumque scriptorum exemplis ostendere conabimur.

Ac primum quidem argumentum libri XV in universum spectemus. Initio (p. 40—48, 15 ed. Heib.) quinque problematis ostenditur, quaenam e schematis quinque solidis in aliis eiusdem generis figuris constitui possint: proponit sibi auctor, ut tetraedrum in cubo, octaedrum et in tetraedro et in cubo, cubum in octaedro, dodecaedrum in icosaedro describat. Deinde breviter exponitur (p. 48, 16—50, 16), quomodo quinque illorum schematum inveniamus laterum angulorumque numeros. Postremo (p. 50, 17—66) de eis quos bina uniuscuiusque earundem figurarum plana contigua efficiunt angulis agitur, qui qua ratione delineentur primum strictim docetur, tum demonstratur accurate. Primo igitur iam aspectu apparet, quoniam propter aequalitatem quinque illarum quae in principio leguntur descriptionum nequit dubitari, quin eae cohaereant, tres esse libri XV partes discernendas ita, ut propria quaestiuncula in unaquaque absolvatur. Itaque quaerendum est, num res, quae ibi tractantur, tam sint similes, ut eodem eas libro ab uno auctore coniunctas esse probabile sit. Quod de altera tertiaque parte fortasse concedi posse, negandum esse de primis quinque problematis et eis quae sequuntur crediderim. Id enim non omittendum mihi videtur esse (quod Friedlein nusquam commemoravit) inter illa de computandis laterum angulorumque quinque schematum numeris praecepta et ea, quae quomodo anguli binis earundem figurarum planis circumclusi designentur docent, necessitudinem quandam intercedere, quoniam utraque in elementis disciplinae illius geometricae, quae in depingendis perscrutandisque eiusmodi figuris versatur, haud dubie sunt ducenda neque cuiquam ignota esse possunt, qui talibus studiis operam dat. Prorsus aliter autem iudicandum erit de primis constructionibus, in quibus haud facile quicquam invenies, quod ad alias de quinque schematis quaestiones tractandas vel necessarium sit vel utile. Nam delineantur figurae, sed nihil ex eis concluditur de rationibus, quae sunt inter schematum illorum lineas vel plana vel spatia; quod cum abhorrere quodammodo videatur a seriae doctrinae natura, fere ludibrii causa mathematicum quendam problemata illa sibi proposuisse existimaveris, quamquam propter figuras haud ita simplices aliquanto sunt eis quae sequuntur difficiliora.

Quantum igitur adhuc nobis licet iudicare, id procul dubio de libro qui inscribitur XV affirmari posse opinor inter primam certe et reliquas partes tantum interesse, ut eas non solum iniuria in unum librum congregatas esse appareat, sed ne ab uno quidem auctore verisimile sit esse conscriptas.

Nunc vero accuratius spectandum erit, qua ratione in unaquaque illius libri particula ea, quae proposita sunt, tractentur, ut quae in singulis problematis vel vituperanda sint vel desideranda, et quale de scriptoris ingenio doctrinaque iudicium sit ferendum cognoscamus.

Atque initium libri si contemplamur, id mihi videtur maxime conspicuum esse summa ubique auctorem brevitate uti. Tantopere enim cum in formis geometricis designandis tum in exponendis demonstrationibus verbis parcitur, ut non perfectum sed adumbratum modo opusculum legere nobis videamur. Plerumque satis habet auctor descriptionis cuiuslibet vel argumentationis explicasse initium, reliquam partem brevissime tantum significasse, ac ne hoc quidem semper fecit, sed nonnulla problemata ad finem omnino non perduxit. Itaque primo loco singulatim quaenam scriptor imperfecta reliquerit perscrutemur, e quibus haud pauca iam a Friedleino commemorata sunt.

Schematum descriptiones absolutae fere sunt in tribus problematis primis, nisi quod in altero (p. 40 v. 14) ad quattuor ea quae ibi nominantur octaedri latera reliqua octo addenda sunt, et in tertio (p. 42, 12) non solum per K et Λ puncta illo loco commemorata sed etiam per M et N rectae basi parallelae ducendae sunt, ne $M\Xi$ linea, cuius p. 42, 14 mentio fit, in figura omnino desit. In problemate quarto cubi in octaedro constituendi primum tantum quadratum delineatur, de reliquis nil audimus nisi eadem ea ratione inveniri qua primum, et in quinto ne eiusmodi quidem perficiendi schematis significationem legimus: nam hic auctor dodecaedri, quod ut in icosaedro exstruatur sibi proposuit, unum pentagonum designat, reliquorum undecim omnino non facit mentionem. Sed alia quoque in hac descriptione desideramus: initio statim pyramidis in pentagonia basi constitutae et quinque trigonis aequilateris circumclusae — quae igitur pars est dati icosaedri — nil nisi basis delineatur, quamquam tota opus est pyramide. Deinde (p. 46, 17) lineae nobis occurrunt ($N\Xi$ et NO) tria puncta coniungentes, quas ducere scriptor plane oblitus est.

Sed multo etiam minus quam descriptiones in hac libri parte perfecta est argumentatio. Quae etsi brevissima absoluta tamen est in uno problemate primo, ubi satis profecto erat simplex. In secundo neque id quadrangulum, cuius in lateribus octo trigona exstruuntur, ostenditur quadratum esse, neque haec triangula aequis esse lateribus argumentis, ut fieri debebat, confirmatur.

Tum in tertio problemate, ubi iterum octaedrum, sed hic in cubo, describendum est, per centra quattuor dati cubi quadratorum lineae

ducuntur lateribus reliquorum duorum parallelae, quas demonstrandum erat aut certe commemorandum ipsas aliud quadratum efficere cum basi congruens. Quod cum auctor, quem duas tantum iam vidimus parallelas re vera ducere (*ΞO* et *ΠO*), ostendere plane neglexerit, nonnulla eorum quae sequuntur argumentatione prorsus carent. Primum enim qui fit, ut duae illae parallelae in eodem plano sint positae et in cubi lateris eodem puncto (*O*) concurrant (p. 42, 12)? Deinde cur (p. 42, 13) dimidias earundem rectarum partes aequales esse ponit auctor, priusquam totas pares esse demonstravit? Et quo denique iure p. 42, 15 Pythagorae quod dicitur theorema adhibetur, quamquam triangulum illud, de quo agitur, rectum habere angulum nondum audivimus? Quae omnia, si ea quam supra significavimus argumentatio antecessisset, satis essent comprobata. Accedit etiam ut ponatur, sed non confirmetur quadratum illud delineatum (*KΛMN*), in quo octaedrum dicitur constitui posse, rectis esse angulis (p. 42, 18), et plana octaedri aequilatera triangula esse (p. 42, 21).

Deinde in problemate quarto auctor, ut cubum describat in dato octaedro, per centra quattuor eorum quibus octaedri dimidia pars circumcluditur triangulorum rectas ducit illorum basibus parallelas, quas in eodem plano positas esse et concurrere in octaedri lateribus (p. 44, 8) et rectos efficere angulos (p. 44, 15) et aequales inter se esse (44, 14) argumentis non prolatis aeque ac supra pro certo sumitur.

Sed alias praeterea in huius problematis argumentandi ratione lacunas invenimus. Illo enim cuius modo mentionem fecimus loco (p. 44, 15), ubi hanc legimus conclusionem: *καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ HMΘ. ἐξ οὗ φανερόν, ὅτι ἡ HΘ ἴση ἐστὶ τῇ HK*, haec sunt subaudienda:

Quoniam *HMΘ* angulus est rectus, *HΘ* linea quadrata aequalis est ambabus *HM* et *MΘ* rectis quadratis. Item cum *MOΞ* angulus rectus sit, *HK* linea quadrata aequalis est duabus *HO* et *OK* quadratis. Quia autem *HM, MΘ, HO, OK* lineae inter se sunt pares, *HΘ* recta quadrata aequalis est *HK* quadratae, i. e. *HΘ* par est *HK* lineae.

In fine id denique argumentis erat confirmandum recte se habere quae auctor dicit (p. 46, 5 sqq.): quadrata sic, ut docuit, descripta cubum circumcludere. Si enim in dato octaedro eadem ratione praeter *HΘKΛ* primum cubi tetragonum alterum ex adverso situm et (propter octaedri dimidiarum partium aequalitatem) congruens cum illo delineaverimus et eos quadratorum angulos, qui alter supra alterum positi sunt, rectis lineis coniunxerimus, schema exsistet sex

tetragonis circumclusum, quod eadem esse et altitudine et latitudine i. e. re vera esse cubum facile poterit demonstrari [1]).

Venimus ad problema quintum, de quo Friedlein nihil fere dicit nisi recta esse ea, quae ibi proferantur, sed argumentatione omnino carere. Iam igitur quae desint accuratius spectemus. Proposuit sibi auctor, ut dodecaedrum describat in dato icosaedro, quamobrem pyramidem delineat quinque triangulis aequilateris circumclusam (partem scilicet icosaedri), cuius verticem Z, basin $AB\Gamma\Delta E$ appellat. Coniunctis deinde centris quinque illorum triangulorum novum ortum est pentagonum H, Θ, K, Λ, M litteris significatum, quae puncta, quia centra sunt triquetrorum aequilaterorum, in perpendiculis eorum sunt posita. Quibus e perpendiculis postquam tria ($Z\Xi$, ZN, ZO) ducta lineisque duabus Ξ, N, O puncta conexa sunt, duo exstiterunt latera tertii cuiusdam pentagoni in eodem quo basis pyramidis plano siti,

1) Coniunctis A et Z punctis (cf. fig. I) AZ linea, quae est totius altitudinis octaedri mensura, duo illa tetragona initio constituta et $B\Gamma\Delta E$ quadratum ita secabit, ut centra eorum — quae Π, P, Σ litteris notare nobis liceat — conectat, ergo $\Pi\Sigma$ aequalis erit altitudini eius quod cubum esse ut ostendatur proposuimus schematis. Deinde si $A\Theta$ rectam descripserimus et produxerimus ad T punctum, ubi concurret cum $B\Gamma$ latere, et tum coniunxerimus Θ et Π, T et P puncta, $\Pi\Theta$ parallela erit PT lineae, quamobrem

$$A\Theta : \Theta T = A\Pi : \Pi P$$

ac quoniam in centro (Θ) trianguli aequilateri perpendicula se ita secant, ut maior uniuscuiusque pars minore altero tanto maior sit (quod facillime, si dimidiatum spectabimus trigonum aequilaterum, concludemus ex Eucl. El. lib. VI 3: ed. Heib. vol. II p. 80, 20 sqq.):

$$A\Theta = 2\,\Theta T$$
$$A\Pi = 2\,\Pi P$$
$$\Pi P = \tfrac{1}{3}\,AP$$

eadem ratione $P\Sigma = \tfrac{1}{3}\,PZ$

$$\Pi\Sigma\,(= \Pi P + P\Sigma) = \tfrac{1}{3}\,(AP + PZ)$$
$$\Pi\Sigma = \tfrac{1}{3}\,AZ$$

Sed cum $ABZ\Delta$ quadrati (nam bipartiti octaedri basis quadratum est) diagonalis linea sit AZ, apparet AZ rectam quadratam aequalem esse duplici quadrato lateris octaedri velut AB rectae. Nunc vero

$$\overline{\Pi\Sigma}^2 = \tfrac{1}{9}\,\overline{AZ}^2 = \tfrac{2}{9}\,\overline{AB}^2$$

Sumamus denique $H\Theta K\Lambda$ tetragoni quodvis latus velut $H\Theta$ lineam. Quae cum in $H\Theta M$ triangulo et rectangulo et aequicrurio (nam $HM = \Theta M$, quoniam $MO = MN$) recto angulo adversa sit,

$$\overline{H\Theta}^2 = 2\,\overline{\Theta M}^2$$
$$\Theta M : BT = A\Theta : AT = 2 : 3$$
$$\Theta M = \tfrac{2}{3}\,BT = \tfrac{1}{3}\,B\Gamma \text{ (cum } B\Gamma \text{ bipartiatur } T \text{ puncto)}$$
$$\overline{H\Theta}^2 = 2\,(\tfrac{1}{3}\,B\Gamma)^2 = \tfrac{2}{9}\,\overline{B\Gamma}^2$$
$$B\Gamma = AB$$
$$\overline{H\Theta}^2 = \tfrac{2}{9}\,\overline{AB}^2 = \overline{\Pi\Sigma}^2$$
$$H\Theta = \Pi\Sigma$$

sed reliqua eius latera non designantur. Illud vero *HΘKΛM* pentagonum unum auctor docet esse e dodecaedri planis, ideoque demonstrandum est illud schema tale esse quale dodecaedri pentagonum, i. e. aequis esse et lateribus et angulis. Cuius argumentationis alteram partem legimus p. 46, 16 sqq.: *δίχα δὴ τμηθήσονται αἱ EA, AB, BΓ τοῖς Ξ, N, O σημείοις. καὶ ὡς ἡ NΞ πρὸς NO, οὕτως ἡ HΘ πρὸς ΘK. ἴση ἄρα καὶ ἡ ΘH τῇ ΘK.* Omittit igitur auctor ostendere, qui fiat ut *Ξ, N, O* punctis bipartiantur latera *ABΓΔE* baseos, deinde cur imperfecti illius pentagoni latera (*NΞ* et *NO* et reliqua, quae non sunt ducta) et parallela sint lateribus *HΘKΛM* quinquanguli et inter se aequalia, sed statim commemorat (p. 46, 19 sq.) idem quod de *HΘ* et *ΘK* eadem ratione de reliquis huius pentagoni lateribus confirmari posse, completo scilicet illo cuius duo adhuc latera delineata sunt quinquangulo. Quod deinde erat demonstrandum: angulis quoque aequis esse *HΘKΛM*, nimis neglegenter scriptor his verbis adumbravit (p. 46, 21 sqq.): *ἐπεὶ γὰρ δύο αἱ NΞ, NO παρὰ δύο τὰς HΘ, ΘK ἴσας γωνίας περιέχουσιν, καὶ τὰ λοιπὰ φανερά,* ubi sic pergendum erat in concludendo: Unusquisque *HΘKΛM* pentagoni angulus par est unicuique quinquanguli illius in *ABΓΔE* basi constituti, cuius quia anguli inter se sunt aequi — ac ne hoc quidem per se constat, sed indiget argumentatione —, in *HΘKΛM* quoque pentagono manifestum est angulos esse inter se aequales.

Postremo auctor ostendit illud *HΘKΛM* schema esse in uno plano positum (p. 48, 2 sqq.). Describit enim a *Z* vertice pyramidis ad basin perpendiculum, quod cum vertice centrum *ABΓΔE* pentagoni coniungere apparet, tum ab hoc centro ad *N* punctum ducit rectam lineamque huic parallelam a *Θ* puncto in plano *HΘKΛM* pentagoni atque idem facit in *Ξ* et *H* punctis. Illas autem parallelas per *Θ* et *H* puncta delineatas cum perpendiculo pyramidis aequos eosque rectos angulos efficere et in eodem propterea plano puncta illa posita esse argumentis non prolatis affirmat, plane insuper oblitus idem etiam de *K, Λ, M* punctis fuisse confirmandum.

Sed ne nunc quidem demonstratio est perfecta, cum nondum comprobatum sit *HΘKΛM* re vera esse planum dodecaedri. Quod satis simpliciter designato, ut in ea cuius *Z* vertex est pyramide, ita in unaquaque undecim reliquarum quinquangulo ostendi potest[1]).

1) Si unam ex eis pyramidibus, quarum vertices sunt *Z* puncto vicini, velut illam quae *A* utitur culmine, spectabimus, inveniemus eam circumclusam *ABZ*, *AZE*, aliis tribus triangulis aequalibus. Quorum triquetrorum centra rectis lineis coniungentes novum describemus pentagonum, cui cum eo, quod antea erat deli-

Eidem neglegentiae, qua demonstrationes et partim etiam formarum descriptiones primae partis XV libri vidimus compositas esse, tribuendum est, quod verborum quoque usus nonnullis locis parum est accuratus. Id quidem levioris censeo momenti esse, quod in libri initio, ut adnotant Gregorius (ed. Eucl. p. 442 adn.) et Heiberg (ed. El. vol. V p. 41 adn. 1), saepius (p. 40, 1; 3; 6; 8; 10) tetraedrum simpliciter appellatur *πυραμίς*, cum huius consuetudinis apud alios quoque mathematicos exempla haud pauca inveniantur[1]). Quod vero in problemate altero (p. 42, 6) octaedri trigona in quadrata basi constituta, quorum antea nondum est mentio facta, dicuntur *τὰ ἐπὶ τοῦ ΘΚΖΗ*, mirum quodammodo est. Deinde in tertio (p. 42, 11) auctorem parallelas ducere nominatis neque lineis, quibus eas parallelas esse, neque plano, in quo positas esse velit, iam Friedlein monuit, et fortasse etiam paulo inferius (p. 42, 16) de illo *τὸ ἀπὸ ΜΛ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΛΞ*, quod in codicibus legitur pro ... *τοῦ ἀπὸ ΛΞ*, suspicari licebit iam scriptorem errasse, non librarios. Quinti denique problematis primo aspectu plane obscurum est principium: *ἐκκείσθω πεντάγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου* (p. 46, 11), quibus verbis significari basin pyramidis eius, quae pars est icosaedri, iam exposuimus.

Neque tamen ea quae adhuc plurima invenimus nimiae brevitatis neglegentiaeque cuiusdam vestigia per se iam valent ad defendendum Friedleini de auctore iudicium admodum severum, quoniam poterunt sane explanari, si illam partem non perfectam diligenterque conscriptam sed adumbratam tantum existimabimus. Occurrunt autem praeterea errores quidam haud exigui, de quibus nunc erit accuratius agendum, praesertim cum Friedlein eos ex parte praeterisse aut certe non satis respexisse videatur, quamquam ex his demum de auctoris indole rectius iudicare nobis licebit.

Atque prima mendorum exempla, quae minus neglegenti quam ignoranti scriptori attribuemus, problema praebet alterum[2]).

---

neatum (*ΗΘΚΛΜ*), unum latus (*ΗΘ*) commune est, unde contingere inter se duo haec quinquangula manifestum est. Cum autem idem fiat in reliquis icosaedri pyramidibus omnibus, dubium esse non potest, quin re vera dodecaedrum ea quam auctor docet ratione exsistat.

1) Velut apud Euclidem: Elem. ed. Heib. vol. IV p. 4, 16; 288, 10; 13; 290, 26; 292, 17; 23; 294, 5; 8; 300, 12; 328, 21; 334, 2; 6; 7; 11; 336, 21; apud Pappum: Collectiones ed. Hultsch p. 142, 1; 144, 21; 24; 150, 9; 360, 28; 410, 25; 452, 17; 19; 20; 25; 454, 27; 28; 29; 470, 16.

2) Commemorandum hic est in ea quam Heiberg adhibuit figura — eandem iam in Gregorii editione invenimus — litteras non ita, ut auctoris verba postulant, esse dispositas, quod apparet e loco illo p. 40, 14 sqq.: *καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΒ διπλῆ ἐστιν*

Propositum est octaedrum describere in dato tetraedro, et delineatur schema octo triangulis circumclusum, quia coniunctis pyramidis sex laterum centris quattuor exstiterunt in planis tetraedri triangula, quae ita inter se contingunt, ut latera eorum simul alia quattuor trigona efficiant inter illa plana posita. Haec octo triquetra demonstrandum est aequilatera esse et inter se congruere, ut constitutum schema esse tale appareat, quale octaedrum Euclides docet esse (Elem. lib. XI ὅρ. 26). Quam argumentationem simplicissime sic puto institui potuisse (cf. fig. II):

Vidimus in unoquoque quattuor triangulorum, quibus data pyramis circumcluditur, minus designatum esse trigonum, cuius quodlibet latus lateri cuidam tetraedri est parallelum (hoc sequitur ex Elem. lib. VI 2). Qua de causa intercedit inter unumquodque latus cuiusvis triquetri pyramidis et parallelum minoris trigoni latus eadem ratio, quae inter utrumque reliquum eiusdem maioris trianguli latus et dimidiam eius partem (cf. Elem. lib. VI 4), i. e. quodlibet tetraedri latus altero tanto maius est quam parallelum octaedri latus, velut, cum AB et ΘK linearum eadem sit ratio quae $A\Delta$ et $\Delta\Theta$ rectarum, AB linea duplo maior est quam ΘK recta. Itaque latera schematis descripti dimidiae sunt partes laterum pyramidis parallelorum, quae quoniam omnia inter se sunt aequalia, illa quoque paria esse necesse est. Ergo illud schema, cum duodecim sit lateribus aequis et octo triangulis aequilateris circumcludatur, re vera est octaedrum[1]).

Quam demonstrationem si quis etiam pluribus vult argumentis

ἑκατέρας τῶν ΘK, HZ κ. τ. λ. Si enim rectum esset illud schema, pro AB linea exspectanda esset $A\Gamma$, quia ΘK et HZ rectae cum sola hac, cui parallelae sunt, non cum AB linea conferri possunt. Plane autem quadrat figura a Friedleino dissertationi adiuncta, quamobrem hac in eis quae sequuntur utar (cf. fig. II), praesertim cum auctor scholii in Heibergi editione (El. vol. V p. 688) secundi, quod huc referendum est, eandem usurpaverit. Potest etiam Peyrardi schema adhiberi, ipsum quoque cum loco illo p. 40, 14 congruens sed quibusdam in litteris a Friedleini figura discrepans, unde patet certum schema e scriptoris litteris omnino cognosci nequire.

1) Hanc demonstrationem Gregorius (ed. Eucl. p. 443 adn.) similiter addidit, nisi quod singula et octaedri et pyramidis latera trigonaque omnia nimis copiose enumerans neglexit exponere, quomodo illae lineae media latera pyramidis coniungentes octaedrum efficiant.

Graece restituere argumentationem illam Peyrardus (ed. Eucl. tom. III p. 510 sq.) conatus est, qui ipse quoque unamquamque rectam omniaque triangula nominatim afferens non simul cuncta, sed primum quattuor tantum octaedri latera, ea scilicet, quibus $H\Theta KZ$ quadratum efficitur, aequalia esse ostendit, cuius circumitionis non aliam reperio causam, nisi quod auctor secundi problematis de hoc primo egit quadrato. Ille autem, ut opinor et paulo inferius explicabo, omnino aliam probandi viam ingredi in animo habuit.

confirmare — quamquam hoc nullo modo necessarium est — potest praeterea ostendere schema illud delineatum triplici ratione in duas pyramides quaternis circumclusas trigonis in quadrata basi constitutis diffindi posse, i. e. trium illorum quadrangulorum: *ZHΘK*, *EKΛH*, *EZΛΘ* quodlibet esse quadratum. Quod apparet ex hac contemplatione (cf. fig. III):

In illis quae modo commemoravimus quadrangulis bina latera ex adverso posita, ut eidem pyramidis lateri, ita inter se sunt parallela. Praeterea vidimus omnia latera esse aequalia, ergo rhombus certe unumquodque quadrangulum est. Iam si a quovis octaedri angulo, velut a *Λ* puncto, ad id quod subiacet planum (*HΘKZ*) perpendiculum duxerimus *ΛM* et *M* coniunxerimus cum *H*, *Θ*, *K*, *Z* punctis, *ΛMΘ* et *ΛMZ* trigona inter se congruent (nam *ΛM* recta est communis, *ΛΘ* et *ΛZ* aequales, *ΛMZ* et *ΛMΘ* anguli recti sunt) itemque *ΛMH* et *ΛMK* triangula (*ΛM* latus est commune, pares sunt *ΛH* et *ΛK* lineae, recti *ΛMH* et *ΛMK* anguli) quamobrem *ΘM* aequalis est *ZM* rectae et *HM* lineae *KM*, i. e. *M* punctum centrum est *ZHΘK* quadranguli, cuius diagonales lineae *ZΘ* et *HK* sunt. Tum quia *ΛMΘ* et *ΛMH* quoque trigona atque *ΛMK* et *ΛMZ* inter se congruunt (bina eorum latera paria et recti sunt anguli, qui *M* puncto vertice utuntur), sequitur ut *ΘM* et *HM*, *KM* et *ZM*, i. e. diagonales lineae, sint aequales. Itaque *ZHΘK* rhombus non solum aequis est parallelisque lateribus, verum etiam diagoniis aequalibus, ergo nihil nisi quadratum potest esse. Idem de *EZΛΘ* et *EKΛH* quadrangulis, si a *K* et *Θ* punctis ad ea duxerimus perpendicula, licebit demonstrare.

Non persecutus essem hanc argumentationem satis, ut opinor, supervacaneam — nam postquam schema descriptum octaedrum intelleximus esse, per se est manifestum tria illa quadrangula esse quadrata —, nisi ab initio eam auctori fuisse propositam existimassem, ut statim explicabo. Fugit igitur illum idem, quod dixit (p. 42, 1) de *ΘK* et *HZ*, *ΘH* et *ZK* lateribus, simul de reliquis affirmandum fuisse omnibus, et plane esse inutile in unius quadranguli lateribus se continere, quoniam in fine problematis — quod significatur tantum (p. 42, 5), non perficitur — exponendum est, cur latera triangulorum octaedri inter se sint aequalia. Ergo videmus auctorem ipsum prorsus ignorasse, quid praecipue fuerit ostendendum, non satis igitur peritum fuisse ad id quod susceperat conficiendum, quamquam Gregorium nimis acriter censeo iudicasse (ed. Eucl. p. 443 adn.) scriptoris verba rem nullo modo attingere.

Deinde si singula spectamus, primo loco cum Friedleino monendum est conclusionem illam p. 40,14: *καὶ ἐπεὶ ἡ ΛB διπλῆ ἐστιν*

ἑκατέρας τῶν ΘΚ, ΗΖ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΗΖ καὶ παράλληλος esse perversam, quia nullo modo propterea duae illae lineae parallelae sunt, quod utraque dimidia pars est *ΑΒ* rectae[1]).

Praeteriit autem Friedlein errorem quendam auctoris admodum mirum atque puerilem, quem imperitissimi mathematici esse nemo negabit: p. 42, 2 quattuor latera *ΖΗΘΚ* quadranguli propterea paria dicuntur esse, quod bina eius latera ex adverso posita et parallela sunt et aequalia, quasi idem non uniuscuiusque parallelogrammi sit proprium.

Plane denique obscura ita, ut traduntur, extrema problematis sunt verba, p. 42, 3 sqq., ubi haec legimus de *ΘΚΖΗ* quadrato: *λέγω ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐὰν γὰρ ἀπὸ τῆς ΚΔ κάθετοι ἀχθῶσιν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ ΕΖΒΗ, ΖΓΕΗ, ΕΖΘΚ, ΚΔΔΗ, ὁμοίως δείξομεν τὰ ἐπὶ τοῦ ΘΚΖΗ τετραγώνου ἰσόπλευρα.* Quem locum lacunosum esse vix quisquam infitiabitur. Nam aut ab illo *ἐὰν γὰρ* incipitur demonstratio, qua confirmantur quae antecedunt: *λέγω ὅτι καὶ ὀρθογώνιον* — tum vero *ὁμοίως δείξομεν* ... statim sequi nequit, sed deest argumentorum expositio —, aut, si illud *ὁμοίως δείξομεν* ... cum antecedentibus coniungimus, verba *ἐὰν γὰρ* ... ad *λέγω ὅτι καὶ ὀρθογώνιον* respicere non possunt, cum et desideremus antea eiusmodi fere sententiam: 'est igitur schema, quod delineavimus, octaedrum' vel similem quandam, et ne verbo quidem significetur, quomodo *ΘΚΖΗ* quadrangulum rectis esse angulis ostendatur. Hanc igitur coniecturam ilico minus credo veri similem esse speroque me ea quam paulo inferius exponam deliberatione quodammodo esse comprobaturum non Heibergo esse assentiendum, qui post *ὀρθογώνιον* intercidisse quaedam existimavit (cf. p. 41 adn. 3), sed ante *ὁμοίως* lacunam ponendam esse. Idem Friedleinum sensisse ex interpungendi ratione illic adhibita est concludendum.

Praeterea hoc loco perversae sine dubio sunt traditae litterae. Primum enim a singulis scilicet punctis, nunquam a recta (*ΚΔ*) perpendicula possunt duci; deinde eorum quae nominantur polygonorum duo (*ΕΖΒΗ* et *ΖΓΕΗ*) in eodem plano, basi pyramidis, posita sunt,

---

1) Recte sic fuit concludendum: *ΘΚ* linea, cum duo latera *ΑΒΔ* trigoni bipartiat, tertio (*ΑΒ*) parallela est (cf. Eucl. El. lib. VI 2) itemque *ΖΗ* recta *ΑΒ* lateri (in *ΑΒΓ* triangulo), unde apparet *ΘΚ* et *ΖΗ* lineas inter se quoque parallelas esse. Deinde

$$AB : \Theta K = A\Delta : \Delta\Theta \text{ (in } AB\Delta \text{ trigono)}$$
$$AB : ZH = A\Gamma : \Gamma H \text{ (in } AB\Gamma \text{ triangulo)}$$
$$\Delta\Theta = {}^1/_2\, A\Delta \qquad \Gamma H = {}^1/_2\, A\Gamma$$
$$\Theta K = {}^1/_2\, AB \qquad ZH = {}^1/_2\, AB$$
$$\Theta K = ZH$$

quamobrem unum commemorasse satis erat; tum quod tertio loco appellatur, *EZΘK* polygonum, omnino non est schema planum; in quarto denique etiam bis adhibetur eadem littera. Iam si quaerimus, quid videatur auctor scribere voluisse, concedendum est, primo loco, sive rectangulum esse *HΘKZ* polygonum demonstrare ille in animo habebat, sive trigona in eo constituta aequilatera esse, ad hoc haud dubie planum perpendiculum ei fuisse ducendum. Quod quia a duobus punctis solis, aut *E* puncto aut *Λ*, fieri poterat, veri esse simillimum existimaverim in absurdo illo *ἀπὸ τῆς KΛ* primum *Λ* punctum latere. Restat igitur *K* punctum, ex quo ad unum *EZΛΘ* planum perpendiculum poterat describi, quamobrem hoc quoque polygonum dictum esse concludo. Nunc vero ipsa re adducimur, ut coniciamus tertium quoque quadrangulum (*EKΛH*) et id quod huic adversum est punctum (*Θ*) commemorandum fuisse. Itaque initium habemus argumentationis illius supra iam expositae, qua tria ista quadrangula quadrata esse ostenditur. Idem intellexerunt et scholii primi (ed. Heib.) auctor, qui haec adnotavit: *ἀπὸ μὲν τοῦ K ἐπὶ τὸ EZΛΘ, ἀπὸ δὲ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ ZHΘK, ἀπὸ δὲ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ HEKΛ*, et is, cui correctio illa codicis Vindob. Gr. 103: *ἀπὸ τῶν K, Λ, Θ* debetur. Utrum autem hanc litterarum perturbationem tantam, ut etiam quattuor plana pro tribus tradita sint, sola librariorum neglegentia an auctoris quoque errore factam putemus pro certo diiudicari vix poterit, sed paucis etiam infra de hac re erit agendum.

Illam quam modo protulimus de emendandis litteris sententiam ab antiquis iam interpretibus comprobatam esse quartum quoque scholion docet, quod non, ut Heiberg adnotavit, ad p. 44, 1 (ibi enim litterae nullo modo quadrant), sed ad hunc locum procul dubio est referendum, nisi quod pro *HΘKΞ* et *ZKΛE* legendum est *HΘKZ* et *ZΘΛE*.

Vidimus in secundo problemate saepius scriptorem errasse, in tertio — omissis quas iam commemoravi lacunis — nihil invenio mendosi. Sunt autem loci complures, quos Friedlein vehementer vituperavit, e quibus unus erroris haud exigui exemplum praeberet, nisi genuinis auctoris verbis restitutis tollerentur quae offensionem habebant. Friedlein enim vetustiores secutus Gregorii et Peyrardi editiones p. 42, 12 sqq. sic legit: *ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ ΠO τῆς OK, ἡ δὲ ΞO τῆς OΛ, ἴση ἡ ΠO τῇ ΞO, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ OK τῇ OΛ*, quibus in verbis profecto inest perversa conclusio. Sed exhibent codices (cf. Heibergi ed.) — ut leviores mittamus, litterarum plerumque, discrepantias — hanc omnes scripturam: *ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΠO τῆς OK, ἡ δὲ ΞO τῆς OΛ, ἴση ἐστὶ τῇ OK ἡ OΛ*. Verba igitur *ἡ ΠO τῇ ΞO, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ* ab editore

quodam falso loco videntur addita esse, quod facile poterat fieri, cum illud '*ΠΟ* aequalis est *ΞΟ* lineae' subaudiendum sit in hac conclusione. Reliqua autem, in quibus offendit Friedlein, argumentationis nimiae brevitati potius quam inscitiae scriptoris ascribenda esse videri iam supra monuimus, quamobrem non assentior illi hoc problema quasi dilucidum imperitiae auctoris exemplum proferenti (Friedl. l. l. p. 1).

Aliter vero iudicandum erit de problemate quarto, in quo haec nobis occurrunt verba (p. 44, 17): *ἐπεὶ οὖν παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΗΘΚΛ, ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.* Friedlein hic crimini dedit auctori, quod quadrangulum illud *ΗΘΚΛ*, de quo nihil adhuc dictum est nisi aequalia esse eius latera (cuius rei demonstrationem iam supra commemoravimus perfectam non esse), statim parallelogrammum appellavit, et concedendum est id primo aspectu aliquid miri habere. Sed si meminerimus in quadrangulo aequilatero bina latera ex adverso posita semper haud dubie parallela quoque esse, intellegemus levioris illam offensionem momenti esse. Multo autem gravius est illud quod additur *ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.* Quomodo enim fieri poterat, ut *ΗΘΚΛ* quadrangulum aequilaterum parallelogrammum appellaretur, nisi tacite esset positum illud omnino planum esse schema? Tamen nunc auctor ad hoc ipsum — *ΗΘΚΛ* in uno plano situm esse — confirmandum adhibere conatur eiusmodi argumentum, quod sublato illo proposito prorsus iaceat. Quis infitiabitur manifestum esse hac in conclusione circulum? Qui error puerilis ex alio mihi videtur mendo ortus esse: in argumentationis initio, non in fine erat ostendendum *ΗΘΚΛ* quadrangulum schema planum esse, quia nisi id constabat, de illius polygoni forma aliud quicquam demonstrare vix licebat.

Disserendum denique est de verbis illis satis obscuris p. 46, 2 sqq.: *δυνατὸν δὲ τὰ ἐξ ἀρχῆς λαμβάνοντα τὰ Η, Θ, Κ, Λ κέντρα καὶ παραλλήλους ἀγαγόντα τὰς ΜΝ, ΝΞ, ΞΟ, ΟΜ ἐπιζεῦξαι τὰς ΗΘ, ΘΛ, ΛΚ, ΚΗ καὶ εἰπεῖν τὸ ΗΘΚΛ τετράγωνον,* de quibus explicandis Heiberg profitetur se desperare (p. 47 adn. 1). Friedlein ex hoc quoque loco opinatur cognosci posse scriptoris ignorantiam: 'Nonne deprehendimus', inquit (l. l. p. 29), 'in his hominem prorsus fere imperitum, qui lineis, quae ante alias sunt ductae, post has ductis rem mutatam esse putet?' Atque discrepat constructio hic repetita cum illa, quam supra legimus, in eo, quod hic parallelae per centra triangulorum ductae ante rectas eadem centra coniungentes delineantur, supra hae rectae ante parallelas designatae sunt. Sed quomodo factum sit, ut auctor ordine linearum tam leviter mutato etiam rem, i. e. argumen-

tandi rationem, mutatam esse putaverit, mihi quidem non magis videtur perspicuum esse quam ipsa illa verba. Nam errores mendaque non deesse in hoc libello saepius ostendimus, sed aliquantum differunt eiusmodi inscitiae vestigia et opinio plane absurda.

An id solum significatur illis verbis nihil interesse, utrum lineas, quibus triangulorum centra conectuntur, ducamus ante parallelas, an inversum ordinem sequamur? Quam coniecturam per se iam admodum miram si probaremus, neque intellegeremus, cur tota hoc loco figurae descriptio enumeratis litteris omnibus repeteretur, et desideraremus certe *καὶ* particulam inter *δὲ* et *τά*.

Quae cum ita sint, id non dubito affirmare omnino sensu carere illa verba, nisi nova quaedam ab eis demonstratio incipitur, ex parte saltem diversa ab ea quae antecedit. Quomodo autem id fieri potuit, cum in hac quoque argumentatione *MNΞO* tetragonum adhibere propositum fuisse ductae illae per centra triangulorum parallelae doceant? Mihi quidem videtur illorum verborum auctor id spectasse, ut *MNΞO* quadrangulum ostenderet esse quadratum, quod supra proferre non minus necessarium fuisse iam monuimus. Nam si id erat comprobatum, per se apparebat illud *HΘKΛ*, quod coniunctis laterum *MNΞO* quadrati centris erat effectum, ipsum quoque tetragonum esse. Accedit quod ita optime explanatur linearum ordo ille inversus: qui a *MNΞO* quadrato initium facit demonstrandi, parallelas scilicet ante *HΘKΛ* quadratum designat. Itaque illum locum, si modo integer est, sic solum credo explicari posse, ut eum, qui haec scripsit, coepisse tantum, non perfecisse demonstrationem propositam putemus. Sin autem corrupta sunt illa verba, fortasse intercidisse quaedam ante *καὶ εἰπεῖν*, velut *καὶ δείξαντα τὸ MNΞO τετράγωνον* vel simile quicquam existimari poterit.

Sed quocunque modo ille locus explicabitur, id profecto veri dissimillimum esse affirmaverim horum problematum auctorem, qui ea tantum, quae maxime sunt necessaria, solet proferre, qui imprimis demonstrationes semper brevissime tractavit, saepe reliquit imperfectas, hoc loco alteram sive argumentandi sive describendae figurae rationem vel commemoravisse. Quamobrem opinor illa verba plane supervacanea neque ullo cum antecedentibus vinculo coniuncta ascripta esse a quodam, qui aliam eamque breviorem demonstrandi viam indicare in animo habebat, quae coniectura aliquo modo fortasse eo confirmatur — quamquam non nimium tribuendum est huic argumento —, quod in lineis notandis hic alius ac supra litterarum ordo adhibetur[1]).

1) Parallelae supra nominantur: *MO, MN, NΞ, ΞO*, hic: *MN, NΞ, ΞO, OM*, latera *HΘKΛ* quadrati supra: *HΘ, HK, ΘΛ, ΛK*, hic: *HΘ, ΘΛ, ΛK, KH*.

Nullo autem modo licet — id quod hic maxime contra Friedleini iudicium premendum est — loco tam dubio uti tamquam perspicuo ignorantiae scriptoris exemplo.

Pauca etiam disputanda sunt de ultimo huius partis problemate, ubi simili atque in quarto neglegentia in fine demum ostenditur, quod exspectamus initio: delineatum polygonum schema planum esse. Auctor enim, postquam *HΘKΛM* pentagonum primum aequilaterum, deinde aequis angulis esse confirmavit, ut supra uberius iam disseruimus, tertio denique loco in uno plano illud esse demonstrat, quamquam hoc in eis quae antecedunt necessario erat ponendum. Aliud vero mendum praeter ea, quae imperfecta relicta esse monui, hic non invenio.

Nunc quoniam ad finem pervenimus quaestionis de primis quinque problematis institutae, paucis est complectendum, quid ex eis, quae protulimus, liceat concludere. Errores manifesti in illa parte scriptori hi erant obiciendi: In altero problemate perversam argumentandi viam ingressus est et bis erravit in concludendo idemque fecit in quarto, ubi eorum quoque quae ostenduntur ordo offensionem praebuit eandem, quam deinde quinti problematis demonstratio; quae menda ex parte admodum puerilia si computamus, procul dubio nobis est iudicandum auctorem se praebere rerum mathematicarum tam imperitum, quam vix quemquam esse nisi tironem verisimile sit. De illius igitur partis scriptore Friedleini iudicium, quotienscunque de singulis ab eo dissensimus, comprobabimus.

Num vero talem mathematicum opinabimur unamquamque argumentationem ita perspexisse et tenuisse memoria, ut lacunis illis plurimis non impediretur aut consulto ea, quae desunt, omitteret quasi leviora et satis dilucida? Immo mihi quidem illius non consilio videtur attribuendum esse, quod tam saepe conclusiones supplendae, perficiendae demonstrationes relictae sunt, sed inscientiae inertiaeque, cum ille non potuerit ea, quae perspicua haud raro et manifesta esse affirmavit, ipse absolvere.

At quomodo factum est, ut tamen non solum figurarum descriptiones probae sint omnes, verum etiam in unoquoque, praeter secundum, problemate apta argumentandi ratio adhibeatur? Quod vix poterit explanari, nisi auctorem arbitrabimur non ipsum constructiones demonstrationesque invenisse, sed repetere quae ab alio quodam didicerit, ac quoniam tironem hoc opusculum conscripsisse ex errorum natura conclusimus neque verisimile est, ut monuimus, scriptorem omnia, quae profert, ipsum prorsus perspexisse, non temere mihi videor conicere illa problemata nihil esse nisi ea, quae e scholis

magistri discipulus quidam sibi adnotaverit et deinde, quia brevissime apparet praeceptorem imprimis demonstrationes tractasse, conatus sit quibusdam locis sua sponte perficere, ita tamen, ut mendosi plus quam recti adderet. Sic enim optime intellegemus, cur plurima ubique omittantur, cur falsa rectaque mire quodammodo commisceantur, sic melius etiam perspiciemus, unde et illa in fine secundi problematis litterarum perturbatio — nam a solis librariis simul omnium quae ibi nominantur planorum litteras esse confusas vix crediderim — et fortasse eiusdem loci ea quam commemoravimus lacuna ortae sint: errore scilicet vel neglegentia discipuli, qui quae docuit magister sive parum percepit, sive adnotavit indiligenter. Itaque illa quam protuli coniectura sola mihi videtur apta esse ad satis explicanda in hac libri parte omnia, quae offensionem habent, neque Heibergo assentior, qui constructiones solas ab alio[1], demonstrationes ab ipso scriptore inventas esse arbitratus est (cf. ed. p. 67 adn.) non respiciens in his non aeque omnia perversa esse, sed restare satis multa, quae recte se habent et vix eidem cui menda assignari possunt.

Postquam de illorum problematum et auctore et origine ad certius conati sumus iudicium pervenire, restat ut reliquum quoque librum accuratius spectemus. Cum autem e priore parte quomodo scriptor problemata et solvere soleat et demonstrare cognoscere licuerit, ea quae sequitur brevissima, ubi quot schematum quinque solidorum et latera sint et anguli docetur, nihil exhibet nisi praecepta quaedam, quae probatione, quia per se sunt dilucida, omnino non indigent.

Ac primum quidem in universum de eis quae hic tractantur rebus statim id poterit affirmari vix esse probabile hominem artis mathematicae peritum de sola eiusmodi quaestione ex elementis disciplinae sumpta opusculum quamvis breve conscripsisse. Deinde de adhibita ratione iudicandum est praecepta illa tam pueriliter inciteque esse composita, ut non homine in mathematicis studiis versato sed tirone digna videantur esse. Quod optime intellegemus, si ea, quae hic leguntur, comparaverimus cum Pappi loco quodam (Collect. lib. V 35, p. 354 ed. Hultsch), ubi de eadem agitur materia. Pappus[2]) enim primo loco universe praecepta dat, sed ita, ut ea non solum in quinque illa schemata, quorum omnes partes aequales sunt,

1) Scilicet ab Isidoro, cum hanc quoque libri partem ab illius quodam discipulo putet confectam esse.

2) Praecepta illa ex Archimedis libris Pappum hausisse docet Heiberg ed. Archim. vol. II p. 458 sq.

verum etiam in tredecim ea, quae Archimedes invenit, variis polygonis circumclusa cadant, tum demum singulorum exempla profert schematum, e quibus ipsa illa quinque, quoniam simpliciora sunt, omnino praeteriit. In XV autem libro scriptor prorsus neglegit generales de lateribus et angulis computandis leges constituere, sed statim singula quaedam schemata tractans rationem ex illis exemplis nobis relinquit ipsis cognoscendam, et sola ea, quae de angulorum numeris praescribit inveniendis, paulo propius accedunt ad formam communem. Ergo videmus nihil auctorem nisi id spectare, ut solo usu illas leges memoriae infigat, unde apparet haec praecepta in schola orta et ad erudiendos tirones esse composita. Neque igitur absurdum erit existimare hanc partem libri XV a quodam elementorum mathematicorum magistro dictatam et a discipulo litteris esse mandatam, cuius coniecturae id quoque documentum licet afferre, quod nonnullis locis sermonis scholastici quaedam vestigia inveniuntur velut haec (p. 48, 16 sqq.): *δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν, φήσομεν οὕτως, δεῖ ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι, ποιοῦμεν δωδεκάκις πέντε,* similia.

Transeamus ad ultimam libri XV partem, cuius in initio legimus angulorum eorum, qui in unoquoque quinque schematum solidorum binis planis contingentibus efficiuntur, descriptiones ab Isidoro, ut ipse auctor profitetur (p. 50, 21; 52, 28), inventas. Itaque ex his de scriptoris indole scientiaque nihil potest cognosci, sed poterit ex eis quae sequuntur demonstrationibus, quas ipsum illum confecisse[1]) e verbis patet p. 54, 2 sqq.: *ἐπὶ δὲ τῷ πρόδηλον γενέσθαι τὴν ἐν αὐτοῖς ἀποδεικτικὴν θεωρίαν τὸν λόγον ἐφ᾽ ἑκάστου σαφηνίσω.* Aperte igitur auctor illo loco sibi proponit — neque satis id mihi videtur Friedlein respexisse, cum haec dicat (l. l. p. 36): 'maximopere studet ostendere datos esse angulos, si datum est solidi planum' —, ut rectas esse Isidori constructiones argumentis comprobet, quod hac ratione conatur perficere: Postquam uniuscuiusque schematis angulum binis planis circumclusum delineavit, hunc demonstrat primum re vera esse eum, quem designandum sibi proposuerat, tum dato schematis quolibet plano ipsum quoque datum esse, i. e. describi posse, quod quomodo fiat deinde exponit, ut has descriptiones ostendat ubique cum Isidori praeceptis plane convenire. Postremo eam quam protulit constructionem docet semper posse confici. Hanc dispositionem demonstrabimus in unaquaque argumentatione cognosci, neque poterit negari eam quam auctor ingressus est ad problema

1) Isidorus eas omiserat quasi simpliciores: *σαφοῦς ἐφ᾽ ἑκάστῳ φαινομένης αὐτῷ τῆς ἀποδείξεως* (p. 54, 1).

solvendum viam, etsi fortasse non brevissimam, aptam tamen probamque esse. Num vero ubique ille secutus sit hunc ordinem et num omnibus ex partibus et rectae sint demonstrationes et absolutae, iam diligentius erit examinandum.

Praetermisso cubo, cuius plana per se apparet rectis se angulis secare (cf. p. 50, 22 sq.), primo loco de pyramide agitur quattuor triangulis aequilateris circumclusa, quam argumentationem videmus sic esse dispositam: 1) delineatur angulus binis triangulis effectus et confirmatio additur necessaria p. 54, 6—23; 2) p. 54, 23—26 cur datus sit ille angulus exponitur; 3) p. 54, 26—56, 4 idem quomodo describendus sit docetur, unde apparet Isidori quoque constructionem (p. 50, 24 sqq.) rectam esse; 4) p. 56, 4—11 semper fieri posse descriptionem ostenditur.

Item singulae argumentationis partes plane perspicuae sunt dilucidaeque, et praeterquam quod in conclusione illa p. 54, 16 ante *ὥστε* facillime subauditur: 'quadrata *ΕΓ* linea triplo maior est quam *ΔΕ* recta quadrata,' uno tantum loco, p. 54, 17 sqq., paulo fortasse uberius rem tractari desiderabimus. Ibi enim accuratius sic erat concludendum:

ΔΓ linea quadrata aequalis est quattuor tertiis partibus *ΓΕ* rectae quadratae (quod sequitur ex illis quae antecedunt v. 16: *τὸ ἀπὸ ΔΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ λόγον ἔχει ὃν δ' πρὸς γ'*). *ΒΓ* linea quadrata *ΔΓ* rectae quadratae ideoque quattuor tertiis *ΓΕ* lineae quadratae aequalis est. Cum autem *ΓΕ* et *ΒΕ* rectae sint pares, *ΓΕ* lineae quadratae et *ΒΕ* quadratae summa idem valet atque duo quadrata *ΓΕ* rectae: sequitur ut *ΒΓ* linea quadrata (quippe quae quattuor tertiis *ΓΕ* rectae quadratae aequalis sit) minor sit quam summa quadratorum *ΓΕ* et *ΒΕ* linearum.

Refutanda denique est adnotatio quaedam Friedleini, qui dixit (l. l. p. 32 adn.) neglexisse auctorem p. 56, 11 eorum quos ibi commemoravit circulorum alterum etiam circumcludi posse altero, cui rei tamen negat nimium tribuere se velle, quoniam res ita ferat, ut *ΓΕ* minor sit quam *ΒΓ* recta. Re vera igitur ille putavit, si *ΓΕ* fieret *ΒΓ* linea maior, futurum esse, ut alter circulus in altero esset situs. Ego quidem profiteor me omnino non intellegere, quo tandem modo fieri possit, ut circulorum aequalium — de aliis enim hic non est cogitandum, quoniam ambo eisdem radiis ducuntur — alter altero circumcludatur. Itaque plane nihil invenio in scriptoris verbis, quod offensionem vel minimam praebeat.

Venimus ad eam qua de octaedri angulo agitur demonstrationem, ubi eandem quam supra exposui dispositionem cognoscimus ex hisce

partibus: 1) p. 56, 14—58, 7; 2) p. 58, 7—13; 3) p. 58, 13—21; 4) p. 58, 21—60, 2. Ne hic quidem quicquam, quod alicuius sit momenti, reprehendendum vel desiderandum mihi videtur esse, nisi quod p. 56, 26 eandem quam antea concludendi brevitatem deprehendimus. Exspectamus illic hanc conclusionem:

ΔZ recta quadrata tribus octavis partibus *BΔ* lineae quadratae par est. Sunt autem *ΔZ* et *BZ* rectae inter se aequales, quamobrem earundem quadratarum summa duplici *ΔZ* rectae quadrato ideoque tribus quartis *BΔ* lineae quadratae est aequalis, i. e. minor quam totum *BΔ* rectae quadratum.

Alio quoque loco, p. 58, 26 sqq., argumentatio paulo magis esset perspicua, si copiosius auctor sic conclusisset: *ΔZ* linea quadrata tribus octavis *BΔ* rectae quadratae est aequalis idemque, quoniam *ΔZ* et *BZ* inter se pares sunt, dicendum est de *BZ* linea quadrata. Dimidiatae igitur *BΔ* rectae quadratum, cum quarta pars sit totius *BΔ* quadratae, minus est quam utriusque et *BZ* et *ΔZ* lineae quadratum, unde apparet ipsam quoque *BΔ* rectam dimidiatam minorem esse utraque et *BZ* et *ΔZ*.

Unum denique in hac demonstratione occurrit vocabulum, quod cum non satis recte videatur usurpatum esse, ut iam monuit Friedlein, non vacat offensione: illud scilicet quod p. 58, 19 legimus κλίσις. Nam cum solos acutos angulos duobus planis circumclusos Euclides doceat (Elem. lib. XI ὅρ. 6) ita solere significari, hic vero obtusus sit *BZΔ* angulus, illic γωνία vocabulum erat exspectandum. At hoc procul dubio levioris est momenti.

In ea quae sequitur demonstratione, qua icosaedri tractatur angulus, rursus quattuor illas partes invenimus: 1) p. 60, 3—17; 2) p. 60, 17—24; 3) p. 60, 24—62, 5; 4) p. 62, 5—23, quarum in ultima, cum paulo hic difficilius sit ostendere descriptionem nunquam confici non posse, nova figura separatim delineatur. Duo hic sunt loci, ubi deesse quaedam monendum est:

1) p. 60, 14: Hic enim requirimus argumenta, quibus *BH* et *HΔ* lineas minores esse quam *BΓ* et *ΓΔ* confirmetur. Sed simplicissima tantum et brevissima deliberatione opus est, quae additur in scholio XIV (ed. Heib.).

2) Satis breviter ultima demonstrationis pars (p. 62, 14 sqq.) est confecta, sed recte, quae hic primo aspectu paulo videntur minus perspicua esse, ab auctore scholii (apud Heib.) XVII explanantur, qui diligenter ostendit, quamobrem (p. 62, 14) *KΛΠ* angulus recti tertia parte maior sit, deinde cur (v. 15) *KΘO* angulus tertia pars sit recti, tum quo iure (v. 16) *ΠΛ* linea perpendiculum appelletur

trigoni aequilateri, postremo qua de causa (v. 19) *KΛ* rectam necesse sit *ΛP* linea esse maiorem.

Ceteroquin omnia, quae profert scriptor, et recte se habere et dilucida esse mihi videntur.

Ultima denique demonstratio, ubi dodecaedri designatur angulus, easdem quas supra disseruimus continet partes, etsi propter ordinem non ubique servatum minus hic patet dispositio, quod ex hac cognoscetur descriptione:

1) Prima pars usque ad v. 14 (p. 64) pertinens non plane est absoluta, quoniam in fine auctor dicere omisit quod adhuc semper affirmavit [1]: angulum delineatum (hic *ΛKM* litteris notatus est) re vera esse eum, quem bina schematis plana circumcludant, aut (ubi recto maior est) eiusdem esse supplementum. Interrumpitur (p. 64, 4) constructio verbis: *λέγω δὴ καὶ ἐνταῦθα δεδομένην εἶναι τὴν κλίσιν τῶν δύο πενταγώνων*, quibus tamen reliquorum ordo non perturbatur, cum sequentia ad haec non respiciant. Quae deinde legimus a v. 15 usque ad 19, quibus cur utrumque perpendiculum (*KΛ* et *KM*) dimidiata *ΛM* linea maius esse necesse sit exponitur, in fine demum totius argumentationis, ubi fieri utique posse descriptionem ostendendum est, exspectantur et propterea tantum [2] hoc iam loco inseruntur, quod theorema quoddam Elementorum Euclidis hic (v. 9 sqq.) laudatum ad illud quoque demonstrandum opus est.

Reliquae tum partes suo quaeque loco sequuntur: 2) p. 64, 20—66, 5; 3) p. 66, 5—14; 4) p. 66, 15 sqq.

Tum si examinabimus, num ubique argumentatio perfecta sit, uno loco paulo maiorem inveniemus lacunam: p. 64, 13 sqq., ubi praeterquam quod ante *ὥστε* (v. 13) haec fere desiderantur: ʻpentagoni autem latus minus est quam cubiʼ, illa praecipue quae sequitur conclusio: *ὥστε ἐλάττων ἐστὶ* (perpendiculum scilicet a *K* puncto ductum) *τῆς ἡμισείας τῆς MΛ, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ὑπὸ MKΛ γωνία ἀμβλεῖά ἐστιν* primo aspectu admodum erit obscura, quoniam omittuntur quaedam ad intellegendum necessaria, quae addidit auctor scholii XVIII (ed. Heib.).

Praeterea nusquam in argumentatione aut lacunam aut mendum reperio et Friedleino, qui verbis p. 66, 11 omnibus in codicibus traditis: *γραφεῖσαι περιφέρειαι* putat ʻlineas e centris emissasʼ, i. e., ni fallor, *KΛ* et *KM* rectas [3], significari et scriptorem propterea vituperat, id obiciendum esse existimo rectas lineas nullo certe modo

1) Cf. p. 54, 22; 58, 5; 60, 15.

2) Cf. p. 64, 15: *συναποδέδεικται δὲ ἐν αὐτῷ τῷ θεωρήματι, ὅτι κ. τ. λ.*

3) Haec enim perpendicula radii sunt circulorum, cf. p. 66, 8.

ab auctore *περιφερείας* appellari potuisse sed, ut in Isidori constructione (p. 52, 20), circulos tantum radio *KΛ* vel *KM* descriptos, quamobrem corruptum esse hunc locum verisimillimum est. Exspectamus haud dubie hic pro participio infinitum verbum ad *χρή* (v. 6) pertinens et *καί* particula (v. 8) cum illo quod antecedit *ἐπιζεῦξαι* (v. 6) coniunctum, cum rursus sequatur paulo inferius (vv. 11 et 13) *καὶ ἐπιζεῦξαι*. Itaque facere vix poterimus, quin coniecturam Heibergi, qui *γράφειν περιφερείας* in textum recepit, comprobemus, neque illa tantum, quantum primo aspectu videtur, a tradita scriptura recedit, quia *γραφεῖσαι* fortasse e *γράφειν* superscripto *ψαι* — nam in reliquis verbis aoristi tempus adhibitum est — facile potuit oriri.

Deinde autem id praecipue mihi videtur monendum esse verba quae antecedunt *ὡς ἐπὶ τῆς καταγραφῆς αἱ KΛ, KM* hoc loco maximam movere suspicionem. Primum enim cum unius pentagoni mentio fiat, unum quoque perpendiculum erat commemorandum (v. 9); deinde perpendiculi litterae iam v. 9 post *καθέτῳ* inserendae erant, hic solum latus pentagoni (*ZH*) poterat nominari; tum in additamento illo casus eius ad quod pertinet vocabuli adhibendus erat, quod factum est simillimo loco p. 60, 22. Videmus igitur illa verba tam esse dubia, ut ex eis vix liceat concludere perversissimum dictum et sensu plane carens — quid enim aliud est illud *αἱ KΛ, KM γραφεῖσαι περιφέρειαι*? — ab auctore usurpatum esse.

Neque vero hic solus est locus, quo interpolatoris vestigia videntur cognosci posse, sed etiam p. 64, 9 sqq., ubi legimus: *δέδεικται γὰρ ἐν τῷ ιγ' βιβλίῳ τῶν στοιχείων ἤτοι τῆς συστάσεως τοῦ δωδεκαέδρου,* fortasse non omnia, quae traduntur, integra sunt, ut iam Friedlein adnotavit. Illud enim *ἤτοι*, in quo offendimus — exspectamus praepositionem quandam —, Heiberg existimavit (cf. adn. ad hunc locum p. 64) e praepositione *ἐκ* ortum esse, cum cod. Vatic. Gr. 190 *οι* litteras solas, cod. Bodlei. Dorvill. *οι* superscripto *ητ* exhibeat. Sed id ipsum vocabulum saepius nobis in scholiis occurrit, ubi accuratius aliquid explicatur vel significatur, et idem fere valet quod 'scilicet', 'videlicet', 'id est', velut his locis: (Heib. ed. Eucl. vol. V) p. 690, 24: *τὰ κέντρα τῶν ἐφεστώτων τετραγώνων ἤτοι τῶν κύκλων τῶν περὶ ταῦτα γραφομένων*; p. 694, 1: *ἤτοι τῆς πλευρᾶς τοῦ ἑνὸς τετραγώνου τοῦ κύβου, ἀφ' οὗ τὸ δωδεκάεδρον ἀναγράφεται*; p. 694, 26: *ἡ δὲ ὑπὸ KΛM ἡμίσειά ἐστι πενταγώνου ἤτοι ἡμίσεια ὀρθῆς καὶ δεκάτου*, et in scholiis ad lib. XIV ascriptis p. 680, 8; 13; 682, 19; 685, 1. Itaque haud absurdum erit putare verba illa *ἤτοι τῆς συστάσεως τοῦ δωδεκαέδρου* non prorsus necessaria a scholiasta quodam addita esse, atque casum genetivum sive propter

id quod antecedit τῶν στοιχείων scriptum esse, sive coniunctum fuisse cum praepositione ἐπί[1]), et vix quisquam infitiabitur facilius fieri posse, ut ἐπί post ἤτοι intercidat, quam ut ἐκ — quod ne satis aptum quidem sensum hic praebet — commutetur in οι vel ἤτοι.

Videtur mihi ex eis, quae de quattuor illis demonstrationibus dicta sunt, apparere scriptorem id, quod sibi proposuerat — ut rectas esse Isidori constructiones ostenderet —, prorsus esse consecutum. Neque enim ulla animadvertimus menda, nedum graviores errores, et paucae illae atque eae exiguae plerumque in argumentando lacunae, quarum mentio est facta, omnes fere eiusmodi tantum locis invenimus, ubi separata quadam computatione opus erat, ac facile demonstrationes interiectis sive perfectis nonnullis conclusionibus satis perspicuis ubique poterant suppleri.

Quae cum ita sint, nullo modo intellego, cur Heiberg (in editione p. 67 adn.) tam severe de hac libri XV parte iudicaverit, ut ibi quoque argumentationes 'satis obscuras et perversas' appellet, quamquam concedit aliquanto meliorem esse hanc partem quam prima quinque problemata.

Friedlein quoque iusto minoris mihi videtur hunc libellum aestimasse, quod haec de eius auctore scripsit (l. l. p. 36 init.): 'de suo quoque quaedam addit' (ad descriptiones Isidori), 'quae geometriae quidem non ignarum etsi magistro inferiorem fuisse testantur.' Id enim etsi propter Isidori auctoritatem vix potest dubium esse, tamen ex hoc ipso opusculo non tam certo cognoscitur.

De origine denique huius partis ipsius scriptoris docent verba (quae supra commemoravimus) hic discipulum quendam constructiones, quas audivit e magistro et verbotenus — id enim e praeceptorum certa forma[2]) concludere, ni fallor, nobis licet — videtur litteris mandasse, repetere atque addere demonstrationes a se ipso inventas. Est igitur haec quoque pars quod de prima iam quibusdam de causis suspicati eramus: commentariolus e scholis magistri a discipulo confectus auctusque additamentis, quae hic vero multo et maiora et meliora sunt quam illic.

Iam quia accuratius de singulis et partibus et problematis libri XV egimus, videamus, si placet, quid iudicandum sit de ratione, quae est cum inter tres illas particulas tum inter totum XV et Hypsiclis librum. Singulas enim libri XV partes etsi simillime conieci-

1) Velut p. 66, 5: καλῶς ἄρα ἐπὶ τῆς ὀργανικῆς κατασκευῆς εἶπεν. p. 58, 23 et 62, 7: ἐπὶ τῆς ὀργανικῆς κατασκευῆς. p. 60, 22: ὡς ἐπὶ τῆς καταγραφῆς.

2) Nam eisdem fere verbis saepius repetuntur, cf. p. 50, 25 sqq. et 54, 26 sqq.; p. 52, 5 sqq. et 58, 13 sqq.; p. 52, 12 sqq. et 60, 20 sqq.; p. 52, 19 sqq. et 66, 6 sqq.

mus ortas esse, tamen uni auctori tribuere propter ea, quae adhuc prolata sunt, valde dubitabimus. Atque id iam monuimus eis quae tractantur rebus tantopere inter se differre primam et reliquas partes, ut perperam eas uno libro coniungi atque etiam a pluribus scriptoribus compositas esse probabile sit. Tamen hac de quaestione non prius nobis licebit iudicium aliquanto certius facere, quam quid confecerit uniuscuiusque partis auctor et qualem adhibuerit ad solvenda problemata rationem comparaverimus.

Primum autem vix poterit dubium esse, quin magnopere ceteris duobus excellat Isidori discipulus, qui et plurima ipse addidit ad magistri praecepta et mendis prorsus abstinuit et omni ex parte absolvit quod sibi proposuerat. Cuius libellum qui contulerit cum primis quinque problematis, quae cum neque erroribus careant gravissimis et abundent lacunis haud exiguis, ab homine rerum mathematicarum imperitissimo scripta esse apparet, non negabit tantum interesse inter duo illa opuscula, ut nullo modo eidem scriptori possint addici.

Deinde num media libri XV pars, e qua nihil fere de cognoscenda auctoris indole lucramur, ab altero illorum scriptorum composita sit an ab alio quodam aegre poterit diiudicari, sed paucis hoc etiam infra erit disserendum, postquam alia quoque ratione singulae illius libri partes inter se comparatae erunt.

Nam si dicendi genus usumque vocabulorum diligentius contemplabimur, non minus differre videbimus primam et reliquas partes. In illa enim ut brevissime omnia tractantur, ita etiam dicendi brevitas summa ubique adhibetur, cuius rei iam supra, ubi de verborum usu parum accurato diximus, exempla quaedam protulimus, praecipue autem id quoque documento est, quod plerumque enuntiatis brevissimis, saepe non inter se cohaerentibus, auctor uti solet velut hisce locis: p. 42, 10 sqq.: *λέγω, ὅτι τὸ ΚΛΜΝ τετράγωνόν ἐστιν. ἤχθωσαν διὰ τῶν Κ, Λ παράλληλοι αἱ ΞΟ, ΠΟ. ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΠΟ τῆς ΟΚ, ἡ δὲ ΞΟ τῆς ΟΛ, ἴση ἐστὶ τῇ ΚΟ ἡ ΟΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΜΞ τῇ ΞΛ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΚΛ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΟΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ἀπὸ ΜΛ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΛΞ. ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ τῷ ἀπὸ ΜΛ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΛΜΝ. καὶ φανερόν, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον.* Vel p. 44, 12 sqq.: *ἴση ἄρα ἡ ΝΘ τῇ ΜΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΗΟ τῇ ΜΗ. ἴση ἄρα καὶ ἡ ΘΜ τῇ ΗΜ, ἐπείπερ καὶ ἡ ΟΜ τῇ ΜΝ ἴση ἐστίν. καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΗΜΘ· ἐξ οὗ φανερόν, ὅτι ἡ ΗΘ ἴση ἐστὶ τῇ ΗΚ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ λοιπαί.* Quae breviloquentia profecto non erit mira, si quomodo illa problemata orta esse videantur meminerimus.

Multo autem copiosius uberiusque quam prima reliquae libri partes conscriptae sunt neque vacant interdum abundantia quadam verborum, quod cum ex aliis tum ex hisce exemplis mihi videtur apparere:

Satis verbose incipit media pars (p. 48, 16): *δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ὅτι, ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν· πόσας πλευρὰς ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον; φήσομεν οὕτως.* Non minus abundanter p. 50, 4 sqq. coniunguntur: *ὁμοίως, τῇ αὐτῇ μεθόδῳ, τὰ αὐτὰ ποιήσας*, e quibus unum profecto satis erat (ut v. 15). Deinde eiusmodi dicta velut haec, quae in ultima parte leguntur: *ἡ δὲ εὕρεσις ἔχει τὸν τρόπον τοῦτον* (p. 50, 21); *καὶ ἐκ τῆς ἀποδείξεως δὲ δῆλον γέγονεν, ὡς* . . . (p. 58, 24); *καὶ οὕτως ὁ περὶ τῆς πυραμίδος σαφής τε καὶ ἀκόλουθος ταῖς ἀποδείξεσι φαίνεται λόγος* (p. 56, 12) vel similia in primis quinque problematis frustra quaeres. Neque id opinor silentio praetereundum esse saepius hic addi singula vocabula supervacanea, quae quoniam satis perspicua sunt et facillime subaudiuntur, plerumque a mathematicis omittuntur, velut *σχῆμα* (p. 50, 17 sq.: *τῶν πέντε στερεῶν σχημάτων* et praesertim p. 60, 7: *εἰκοσαέδρου σχήματος*), *γωνία* (p. 58, 1; 13; 60, 11), *εὐθεῖα* (quod his locis: p. 52, 3; 13; 20; 56, 3; 58, 19; 62, 3 non magis desideramus quam p. 52, 16; 25; al.).

Tamen illa discrimina levioris sunt momenti quam ea, quae in vocabulorum usu imprimis mathematicorum invenimus, e quibus haec praecipue mihi videntur commemoratione digna esse [1]):

1) Ubi ad *δίχα τέμνεσθαι* verbum id punctum additur, quo linea quaedam bipartitur, auctor primorum quinque problematum scribere solet: *τῷ . . . σημείῳ* (cf. p. 40, 12 et 46, 16, his enim locis solis illa vox invenitur); in XV C [1]) et *δίχα τέμνεσθαι* et simplex verbum *τέμνειν* semper cum praepositione *κατά* coniungitur (*κατὰ τὸ . . . [σημεῖον] δίχα τέμνεσθαι*: p. 54, 9; 56, 18; 60, 9; 64, 6; *τέμνειν*: p. 56, 2; 58, 17; 62, 2).

2) Polygona, quae schema quoddam solidum circumcludunt, in XV A sive *τὰ ἐφεστῶτα* (*τετράγωνα*, scil. *τοῦ κύβου* p. 42, 9) sive *τὰ ποιοῦντα* (*τὸ ὀκτάεδρον τρίγωνα* p. 44, 1) appellantur, in XV B et XV C, ut apud alios quoque mathematicos, semper *περιέχειν* verbum usurpatur (cf. p. 48, 18; 19; 23; 50, 18; 23; 52, 4; 54, 7; 56, 15; 60, 5).

3) Formula 'inter $N\Xi$ et NO eadem intercedit ratio quae inter $H\Theta$ et ΘK' in XV A semel (p. 46, 17) — nam saepius non occurrit — sic Graece redditur: *ὡς ἡ $N\Xi$ πρὸς NO, οὕτως ἡ $H\Theta$ πρὸς ΘK.*

1) Liceat mihi in eis quae sequuntur ad significandas tres partes XV libri brevitatis causa notis XV A, XV B, XV C uti.

Sed haec ipsa dictio scriptori tertiae partis paulo minus videtur usitata fuisse, quoniam ubique hac utitur formula: τὸ ... πρὸς ... λόγον ἔχει, ὃν ... πρὸς ... (p. 54, 16; 58, 25; 62, 18; 20; 21) ac ne illic quidem verba variat, ubi crebrius redeunt (velut p. 62, 18 sqq.).

4) In omnibus tertiae partis demonstrationibus figurae descriptio a verbo incipitur νενοήσθω, velut νενοήσθω πυραμὶς ὑπὸ τεσσάρων ἰσοπλεύρων τριγώνων περιεχομένη ἡ ΑΒΓΔ (p. 54, 6; cf. p. 56, 14; 60, 3; 62, 9; 64, 1); in XVA nunquam hoc vocabulum in constructionis initio legitur, sed aut ἔστω (p. 40, 2; 10; 42, 8) aut ἐκκείσθω (p. 46, 11), ac semel tantum (p. 48, 1) media in argumentatione, ubi de linea agitur non describenda sed animo tantum fingenda, illud νενοήσθω nobis occurrit.

5) Postremo id quoque de verborum usu mihi videtur commemorandum esse auctorem primorum problematum, quotienscunque perspicuum aliquid esse affirmat — atque id facit creberrime — hac semper formula uti: (καὶ) φανερὸν ὅτι ... (cf. p. 40, 4; 42, 18; 21; 44, 15; 48, 7; 14; similiter etiam dicit καὶ τὰ λοιπὰ φανερά p. 48, 1). Cognoscimus igitur hac in re aequalitatem quandam et inopiam verborum, quae maxime differt a varietate ea, quam in XV C [1]) invenimus. Ibi enim praeter ὅτι... φανερόν (p. 50, 24; 56, 7; cf. etiam καί ἐστιν αὐτόθεν φανερόν p. 60, 11) saepius usurpatur δῆλον ὅτι sive ὡς (p. 58, 25; 62, 6; 64, 21) et semel σαφὲς ὡς (p. 58, 21).

Ex eiusmodi comparatione etsi id profecto nobis non licet concludere unamquamque dictionem, cuius apud scriptorem quendam exempla non exstant, ei omnino fuisse ignotam, certe tamen quid cuique maxime usitatum fuerit cognoscimus. At respiciendum est tales discrepantias nonnunquam etiam casu ortas esse, quod in hoc praesertim libro fieri potuit, ubi singulae partes tam exiguae sunt, ut quae praebent exempla interdum vix sufficiant. Itaque sola illa comparatio non eo valet, ut complurium XV libro auctorum opuscula coniuncta esse demonstretur; tamen aptissima haud dubie est ad id confirmandum, quod aliis de causis iam coniecimus.

Nunc igitur pro certo constare credo non Isidori illum discipulum, cui demonstrationes tertiae partis debentur, prima quinque problemata conscripsisse sed alium quendam. Deinde etiam XVA et XVB dicendi genere inter se differre exemplis quibusdam ostendimus, et quoniam propter materiae dissimilitudinem iam de communi ori-

---

1) XVB non potest conferri, quoniam hic semel tantum φανερὸν ὅτι legimus: p. 48, 17.

gine illarum dubitavimus, aliquo modo, ut opinor, probabilius est factum ne has quidem partes eidem esse mathematico attribuendas. Ab Isidori autem discipulo illa quoque de computandis quinque schematum et lateribus et angulis praecepta esse litteris mandata si quis propterea coniecerit, quod duae illae partes et similia continent problemata nec dictione, quantum videmus, valde discrepant, vix id poterit argumentis idoneis comprobare. Illud enim *καί* p. 50, 19 (*ἐζητήθη, πῶς ἐφ᾽ ἑκάστου τῶν πέντε στερεῶν σχημάτων ἑνὸς ἐπιπέδου τῶν περιεχόντων ὁποιουοῦν δοθέντος εὑρίσκεται καὶ ἡ κλίσις*), quo XV C adnecti videtur[1]) eis quae antecedunt, nisi insertum est, quod facillime fieri potuit, a librario quodam, id unum demonstrat eum, qui ultimam ascripsit partem, mediam legisse, neque quicquam docet de auctore. Immo vero disiungendas esse XV B et XV C inde fortasse concludere licebit, quod vix verisimile est eundem mathematicum, qui demonstrationes in ultima parte expositas quasi satis perspicuas discipulis ipsis reliquit inveniendas — id enim Isidorum fecisse legimus p. 52, 28 sqq. — praecepta quoque tam elementaria quam quae media parte continentur, atque ea tam pueriliter composita, dictasse. Itaque trium auctorum opuscula libro XV tradita esse adhuc est existimandum.

Sed satis puto ex eis, quae adhuc disseruimus, patere, quam fuerit perversa eorum opinio, qui tale opus Hypsicli assignare non dubitaverunt, non modo quia — ut iudicaverat Friedlein — indignum illud est hoc mathematico (nam quantum intersit inter ipsas singulas partes exposuimus), sed imprimis etiam propter ea, quae de origine libri conicienda esse videbantur. Tamen fortasse haud ab re erit ostendere illud iudicium verborum quoque usu utriusque et XIV et XV libri comparato confirmari, etsi ne nimium huic argumentandi rationi tribuatur cavendum est. Inveniuntur enim in libris illis quaedam usus dicendi discrimina, e quibus haec praecipue digna esse quae respiciantur existimavi:

1) Duae lineae utrimque finitae, quae in uno puncto, quod utriusque alterum caput est, concurrunt (angulum igitur semper fere efficiunt), si una nominantur, ab Hypsicle, ut ab aliis quoque mathematicis Graecorum, non quattuor sed tribus litteris, quoniam unum earum punctum commune est, solent appellari, velut '*ΑΒ* et *ΒΓ* lineae' saepissime *αἱ ΑΒΓ* Graece dicuntur. Quae contractio quam

---

1) Ergo non prorsus recte dixit Friedlein de illius partis initio l. l. p. 3: 'nulla denique coniunctionis particula adhibita agitur de quaestione . . . .' et ibid. p. 13: 'nova de re agitur, nec ulla adest cum antecedentibus copulatio'.

usitata sit in XIV libro inde cognoscetur, quod inter triginta quinque locos, ubi omnino duae lineae simul commemorantur, viginti sex eius exempla exstant[1]). Significatur enim tribus litteris vel summa quadratarum rectarum[2]) (*τὸ ἀπὸ τῶν ΑΒΓ*) vel rectangulum duabus lineis effectum[3]) (*τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ*) vel rectarum duarum summa[4]) (*συναμφότερος ἡ ΑΒΓ*). Satis autem mirum esse opinor, quod huius consuetudinis ne unum quidem vestigium liber XV exhibet, quamquam haud raro occasio data erat linearum litteras contrahendi. E primis quidem quinque problematis unus locus, ubi id fieri potuit, proferendus est: p. 46, 21: *δύο αἱ ΝΞ, ΝΟ παρὰ δύο τὰς ΗΘ, ΘΚ,* sed in hac parte tam breviter conscripta eo maiorem movet admirationem, quod hac in re brevitas non adhibetur. Deinde XV C exempla praebet satis multa velut haec: *τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ*[5]); *ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ*[6]); *αἱ ΑΒ, ΒΓ*[7]).

2) De usu verbi *τέμνειν*, cui id punctum, in quo linea quaedam secatur, additum est, iam diximus (cf. p. 26, 1) in XV A bis inveniri *δίχα τέμνεσθαι τῷ .... σημείῳ*, in XV C *τέμνειν* et *δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ .... [σημεῖον]*; Hypsicles sic tantum scribit[8]): *ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεσθαι κατὰ τὸ ...* (semper omisso *σημεῖον*).

3) Id quoque supra commemoratum est (cf. p. 27, 5) in XV A saepissime (pro brevitate huius partis) legi verba (*καὶ*) *φανερὸν ὅτι*, in XV B et C cum haec tum similiter dicta (*δῆλον ὅτι, σαφὲς ὡς*) haud raro nobis occurrere, unde apparet auctores illius libri talibus concludendi formulis imprimis uti solere. Sed huius dictionis exempla in XIV libro rarissime inveniuntur: tribus omnino locis (p. 6, 15; 34, 22; 36, 7), quorum primus et tertius maxime sunt dubii, quoniam et versus illos p. 6, 15—18 Friedlein et ultimam libri partem (p. 36, 6—25) plane supervacaneam Gregorius[9]) iam Peyrardusque[10]) interpolatoribus deberi recte, ut opinor, cognoverunt. Solo igitur illo loco p. 34, 22, ubi scriptor tria theoremata antea demonstrata, ut quid ex eis concludendum sit ostendat, paucis iterum complectitur,

---

1) Quattuor litterae adhibentur his locis: (*αἱ ΒΑ, ΑΓ*:) Eucl. ed. Heib. vol. V p. 4, 18; 14, 14; 18, 2; 22, 14. (*τὸ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ*:) p. 8, 18; 10, 2; 26, 16; 17; 21.

2) p. 8, 23; 24; 10, 1; 26, 14; 23; 28, 1; 5.

3) p. 22, 23; 24; 24, 1; 32, 19; 20; 21; 22; 23; 24; 26.

4) p. 6, 8; 9; 18, 9; 34, 1; 3; 4; 5.

5) p. 54, 15; 18; 56, 27.

6) p. 54, 25; 56, 7; 58, 22; 60, 1; 62, 6; 64, 25.

7) p. 54, 9; 11; 21; 58, 4; 12; 60, 9; 14; 15; 23.

8) p. 12, 1; 26, 3; 32, 14; 16.

9) Ed. Eucl. p. 441.

10) Ed. Eucl. tom. III p. 611.

unum certum restat illius dictionis exemplum, quam in ipsa demonstratione nunquam apud Hypsiclem legimus[1]).

4) Non casui certe attribuemus, quod XIV libri auctor, quotienscunque aliquid fieri oportere dicendum erat, semper[2]) adiectivum quod vocant verbale in *-τέον* exiens usurpavit[3]), in libro XV hoc nunquam sed proprium debendi verbum solum reperitur[4]).

Postremo duabus de dictionibus, quarum in enumerandis discriminum quae sunt inter XV A et C exemplis mentionem fecimus, hic quoque agendum est, quoniam in illis etiam Hypsiclis et Isidori discipuli usum dicendi differre videmus. Commemoravimus illic (p. 26, 3 et 27, 4) in XV C descriptionem figurarum ubique a verbo *νενοήσθω* incipi et ad significandam rationem inter duas lineas intercedentem haec semper verba adhiberi: *τὸ ... πρὸς ... λόγον ἔχει, ὃν ... πρὸς ...* . In Hypsiclis autem libro legimus in constructionum initiis plerumque *ἔστω*[5]), interdum *ἐκκείσθω*[6]) (*νενοήσθω* nunquam), et semper fere (quadragies quinquies) hanc invenimus rationis mathematicae formulam: *ὡς τὸ ... πρὸς .., οὕτως τὸ ... πρὸς ...*[7]), perraro (quattuor[8]) omnino locis) alteram illam, in qua *λόγος* vocabulum usurpatur.

Rursus ergo dicendi usu confirmatum videmus, quod aliis de causis iam pro certo affirmavimus, et quamquam eiusmodi argumentatio per se minus valet, id certe docet fieri posse, ut mathematicorum librorum, qui dicendi genere multo minus inter se differre solent quam aliorum scriptorum opera, diversa origo etiam e verborum usu dictionibusque singulis cognoscatur.

Quoniam exposuimus, quid de auctoribus libri XV ex ipsis eo-

---

1) Hic solet simpliciter conclusiones particulis *ἄρα* (cf. p. 4, 23; 24; 6, 2; 3; 5; 6; 7; 8; 9; 12; al. saepissime) vel *ὥστε* (cf. p. 16, 7; 20, 22; 22, 5; 30, 4 al.) adnectere.

2) Illud *ὅσα δ' ἐγὼ δοκῶ δεῖν* (p. 2, 16) huc non pertinet, quoniam *δεῖν* ibi non coniungitur cum alio verbo sed adhibetur solum.

3) *γραπτέον*: p. 8, 5; *δεικτέον*: p. 10, 4; 16, 16; 24, 17; 28, 17.

4) *δεῖ*: p. 40, 2; 11; 48, 16; 20; *χρή*: p. 66, 6.

5) p. 4, 11; 8, 14; 14, 8; 20, 5; 24, 23.

6) p. 16, 20; 22, 10.

7) p. 4, 25; 6, 25; 12, 6; 16, 7; 16; 18, 5; 13; 15; 17; 20; 20, 1; 17; 22, 24; 24, 1; 2; 9; 13; 26, 15; 17; 18; 20; 22; 28, 4; 6; 13; 17; 30, 10; 11; 15; 20; 26; 32, 3; 6; 17; 20; 22; 24; 34, 1; 3; 7; 14; 18; [36, 12; 16; 20].

8) *ὡς ἔχει ... πρὸς ..., τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ... πρὸς ...* p. 24, 18.
τὸν λόγον, ὃν ἔχει ... πρὸς ..., τοῦτον ἔχει ... πρὸς ... p. 34, 9.
λόγον ἕξει, ὡς ... πρὸς ... p. 36, 1.
[*τὸ ... πρὸς ... λόγον ἕξει, ὡς ... πρὸς ...* p. 36, 8].
Hae igitur formulae non plane eaedem sunt quae in XV C inveniuntur.

rum opusculis vel discamus vel conicere nobis liceat, quaerendum erit, num quid praeterea de temporibus, quibus discipulorum illorum libelli orti sint, cognoscere possimus. Ac de tertia quidem parte haec quaestio iam videtur absoluta esse, quoniam nihil est, quod opponatur Tannerio Heibergoque existimantibus nomine magistri in XVC commemorato Isidorum Milesium, architectum celeberrimum, a quo aedes 'Sanctae Sophiae' Byzantii constructa est, significari; quamobrem hoc opusculum verisimile est sexti p. Ch. n. saeculi altera parte esse conscriptum.

Aliter vero de duabus eis quae antecedunt illius libri partibus iudicandum erit, de quibus adhuc pro certo nihil nisi id affirmari potest eas post Hypsiclis libellum sed ante opusculum discipuli Isidori ad Euclidis Elementa esse additas, eo igitur quod intercessit inter duos illos mathematicos temporis spatio videri ortas esse. Qua de re si quid certius in animo habemus cognoscere, cum ea, quae in illis opusculis legimus, ad auctorum tempora definienda ansas non dederint, nullis nisi argumentis e dicendi usu petitis poterimus uti idque nobis erit spectandum, ut eiusmodi in illis dictiones reperiamus, quas apud alios quosdam scriptores vel certa quadam aetate usitatas fuisse constet.

Itaque quae in libro XV inveniuntur vocabula mathematica formulaeque in reliquorum mathematicorum scriptis indagandae erunt, ut quid inter huius libri usum verborum et dictionem aliorum auctorum intersit perspiciamus. Vix enim quisquam dubitabit, quin octo fere illis saeculis, quae inter Hypsiclem et Eutocium intercesserunt, mathematicorum sermo tantopere sit mutatus, ut aetas ea, qua liber quidam conscriptus sit, aliquo saltem modo possit circumscribi. Quae opinio quam sit incerta, si accuratius rem spectaverimus, intellegemus, quoniam plurimae usitatiorum dictionum ab omnibus fere mathematicis aeque sunt usurpatae. Iam enim Euclidis temporibus sermo mathematicorum in universum videtur perfectus absolutusque fuisse, quamquam fieri non nequit — atque id saepius supra ostendimus — ut, si inter se comparantur complures scriptores, et similitudines quaedam et discrimina cognoscantur. Accedit etiam ut ei, quorum ad nos libri pervenerunt, plerumque de rebus scripserint e diversis artis mathematicae disciplinis sumptis, quamobrem multa vocabula singularum artis partium propria omnino non possunt conferri. Ipsa autem illa quinque schemata solida perpaucis tractantur eorum quae tradita sunt scriptorum. Itaque ut satis multa praesto sint exempla, fieri vix poterit, quin praeter eos qui post Hypsiclem fuerunt mathematicos vetustiores etiam, quorum maiora exstant opera, respiciamus

velut Euclidem et Archimedem. Postremo id quoque monendum est propter partium libri XV brevitatem omnino haud multas inveniri dictiones quae comparentur idoneas, atque de mediae praecipue brevissimae aetate e dicendi usu quicquam concludi posse ab initio esse desperandum, cum nulla ibi nisi notissima quaedam vocabula et ab omnibus fere adhibita legantur. Quae cum ita se habeant, mirum non est, quod admodum pauca proferri possunt exempla discriminum eorum, quae videntur inter librum XV et reliquorum esse mathematicorum scripta, e quibus haec imprimis ad conferendum existimavi apta esse [1]:

Euclidis Elementorum libros geometricos (I—IV; VI; XI—XIII), Archimedis opera, Hypsiclis de icosaedro et dodecaedro libellum, Heronis quae supersunt, Ptolemaei quem dicunt Almagestum (sed libros tantum primos sex inspexi), Theonis Smyrnaei Expositiones rerum mathematicarum (ubi demonstrationes praebent geometricas), Pappi Collectiones, deinde commentaria a Theone Alexandrino ad Ptolemaei Almagestum, a Proclo diadocho ad Euclidis Elem. lib. I, ab Eutocio Ascalonita ad Archimedis opera composita.

Iam vero quaenam apud illos auctores dicendi usus discrepantiae cognoscantur videamus:

Compluries supra commemoravimus in XV A bis inveniri verba *αἱ ... τετμήσθωσαν δίχα τοῖς ... σημείοις* (p. 40, 12; 46, 16). Euclides et in hac formula et alias cum verbo *τέμνειν* semper *κατά* praepositionem coniungit [2]. Apud Archimedem, quamquam uno loco (ed. Heiberg vol. II p. 342, 14; 18) bis legimus *τετμάσθω ἁ ... δίχα τῷ ...*, tamen ibidem paucis verbis post (v. 19) et aliis locis omnibus *κατά* reperitur [3]. Hypsicles quoque in dictione simillima *τε-*

1) In enumerandis scriptoribus temporum ordinem sum secutus: Euclides docuit circa annum a. Ch. n. 300, Archimedes annis fuit 287—212, Hypsicles anno fere 180 scripsit, floruerunt Heron circa annum a. Ch. n. 100, Ptolemaeus annis p. Ch. n. 125—151, Theon Smyrnaeus circa annum p. Ch. n. 130, Pappus saeculo tertio, Theon Alexandrinus quarto, Proclus quinto, Eutocius sexti altera parte.

2) *τέμνεσθαι δίχα κατά*: ed. Heib. vol. I p. 30, 16; 152, 14; 190, 20; 250, 14; 280, 20; 290, 9; 320, 6; al.; vol. II p. 158, 20; 162, 18; 168, 1; vol. IV p. 130, 8; 142, 17; 150, 7; 162, 27; 188, 15; 194, 2; 198, 9; 206, 1; 304, 24; 316, 14; *τέμνειν δ. κ.*: vol. I p. 250, 14.

τέμνεσθαι ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατά saepe velut vol. II p. 172, 3; IV p. 254, 21; 256, 26; 258, 5; 260, 6; 11; 23; 262, 5; 10; 320, 9; 14; 324, 1; 332, 26; al.

τέμνειν κατά: vol. I p. 118, 15; 138, 8; 294, 17; al.; vol. IV p. 248, 6; 14; 254, 21; al.

3) *τέμνεσθαι δ. κ.*: ed. Heib. vol. I p. 34, 16; 40, 2; 46, 4; 48, 18; 304, 6; vol. II p. 148, 5; 170, 25; 172, 4; 202, 11; 14; 306, 18; 314, 2.

τμήσθω ἄκρον καὶ μέσον λόγον, quotienscunque id punctum, in quo linea secatur, nominavit, eadem usus est praepositione [1]). Ex Heronis libris exemplum plane congruens quod afferam non habeo, sed eiusmodi loci velut Geom. 59, 1 (ed. Hultsch): τέμνεται (τὸ ῥομβοειδὲς) κατὰ διαγώνιον μίαν [2]) (cf. Geom. 40, 1), vel Geom. 85, 1: τέμνεται (τὸ τραπέζιον) κατὰ τὴν γραμμήν videntur docere etiam hunc mathematicum praepositionem usurpasse, quod de Ptolemaeo quoque affirmandum est [3]), nec desunt in Theonis Smyrnaei scriptis quaedam eiusdem dictionis vestigia [4]). Dativus vero saepissime nobis occurrit apud Pappum, qui in ipso illo δίχα τέμνεσθαι et in simili illo ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνεσθαι et dativo et praepositione aeque fere utitur [5]), ad nudum autem τέμνειν verbum, sive faciendi sive patiendi modo dictum, exceptis paucis quibusdam locis (ed. Hultsch p. 642, 22: ἑνὶ σημείῳ τεμεῖν; 1044, 18: τετμήσθω τῷ Γ; 1034, 8: εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τεμνέσθωσαν τοῖς ... σημείοις) κατὰ τὸ σημεῖον solet addere [6]). Semper praepositio, nunquam dativus in Theonis Alexandrini [7]) com-

---

τέμνεσθαι κατά: vol. I p. 206, 23; 216, 4; 6; 230, 5; 310, 8; vol. II p. 306, 13; 312, 26; 342, 19.

1) Eucl. ed. Heib. vol. V p. 12, 1; 26, 3; 32, 13; 15.

2) Similia legimus Geom. 50, 5; 51, 6, sed hi loci spurii videntur esse itemque Def. 74, 2: τόπος, καθ' ὃν τέμνουσιν ἀλλήλας αἱ εὐθεῖαι.

3) τέμνεσθαι δ. κ.: ed. Halma vol. I p. 27, 2; 8; 31, 21.
τέμνεσθαι ἄκρον καὶ μέσον λόγον κατά: p. 27, 24.
τέμνειν κατά: p. 50, 18; 54, 17; 34; 55, 7; 57, 4; 68, 32; 72, 28; 93, 19; 97, 22; 391, 26; 421, 23.

4) δίχα τέμνειν κατά: ed. Hiller p. 130, 19. τέμνειν κατά: p. 192, 5; 194, 17.

5) δίχα τέμνεσθαι τῷ ... (σημείῳ): ed. Hultsch p. 58, 27; 60, 20; 72, 12; 26; 132, 21; 248, 4; 15; 276, 7; 290, 11; 300, 7; 478, 27; 486, 6; 492, 8; 502, 13; 574, 22; 578, 18; 25; 946, 12; 980, 4; 990, 9; 992, 26; 994, 8; 1006, 14; 23; 1034, 12; 1046, 5; 1076, 15; 1088, 14.
δίχα τέμνεσθαι κατά: p. 32, 12; [76, 22]; 104, 17; 106, 15; 328, 15; 424, 6; 426, 2; 538, 15; 542, 13; 564, 3; 584, 19; 694, 10; 706, 18; 31; 716, 23; 770, 27; 772, 11; 27; 776, 6; 7; 25; 784, 21; 796, 19; 800, 2; 3; 854, 7; 912, 6; 22; 914, 21; 924, 13; 926, 6; 934, 19; 936, 4; 948, 8; 1040, 32; 1042, 2; 1082, 8.
ἄκρον καὶ μέσον λόγον τ. τῷ ... (σημείῳ): p. 420, 29; 430, 13; 24; 27; 432, 1; 13; 16; 434, 16; 436, 3; 9; 438, 4.
ἄ. κ. μ. λ. τ. κατά: p. 418, 6; 31; 420, 1; 422, 2; 428, 7; 430, 3; 434, 12; 442, 4; 464, 18.

6) τέμνεσθαι κατά: p. 48, 19; 72, 29; 286, 8; 290, 13; 324, 25; 328, 14; 408, 1; 604, 27; 692, 21; 774, 9; 1042, 1; 16; 1046, 6; τέμνειν κατά: p. 74, 14; 110, 7; 210, 5; 23; 324, 15; 476, 1; 544, 22; 798, 12; 970, 7; al.

7) In primo volumine editionis Theonis ab Halma confectae, quam in significandis huius scriptoris locis secutus sum, paginarum numeri interdum sunt perturbati: paginam 120 statim sequitur 181 ita, ut numeri 121—180 omnino desint,

mentario exstat[1]). In Procli libro tribus omnino locis (ed. Friedlein p. 229, 5; 20; 298, 18) haec leguntur verba: *τέμνειν τῷ πέρατι*, sed ubicunque littera notatur partitionis punctum et praesertim in dictione illa *δίχα τέμνεσθαι* nil nisi *κατά* adhibetur[2]). Idem ab Eutocio videmus plerumque scriptum esse[3]), quamquam vocabulo *δίχα τέμνεσθαι* etiam dativus aliquot locis (Archim. ed. Heiberg vol. III p. 16, 17; 78, 5; 122, 11; 124, 1) ab illo apponitur; solam praepositionem invenimus in XV C (cf. p. 26, 1).

Cum dativo igitur *τέμνειν* verbum a posterioris demum aetatis mathematicis (a Pappo scilicet et eis, qui post hunc fuerunt) paulo crebrius videtur coniunctum esse ab eisque in quibusdam tantum formulis, in quibus praepositionem apparet non minus fuisse usitatam.

2) Isidori discipulum vidimus demonstrationes omnes exordiri a vocabulo *νενοήσθω* (cf. p. 27, 4), pro quo reliqui mathematici, quotienscunque verbum modo imperativo dictum in constructionum initiis posuerunt[4]), plerumque *ἔστω* solent scribere. Hoc Euclides longe plurimis locis[5]), interdum etiam *ἐκκείσθω*[6]), rarissime *νενοήσθω*[7]) usurpavit, quippe qui omnino admodum parce verbo *νοεῖν* sit usus (tribus praeterea locis *νενοήσθω* media in argumentatione legitur: vol. IV p. 220, 7; 222, 22; 244, 6, semel *νοείσθω*: vol. IV

---

et paginae 235—244 bis leguntur continuo. Itaque falsis numeris rectos apposui uncinis inclusos.

1) *τέμνεσθαι δ. κ.*: ed. Halma vol. I p. 25, 13; 36, 12; 38, 37; 40, 23; 29; 120, 22. *τέμνειν δ. κ.*: vol. I p. 69, 5; 120, 18; 190 (130), 27; 229 (169), 37.

ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμν. κατά: vol. I p. 181 (121), 6.

τέμνειν et *-εσθαι κατά*: vol. I p. 42, 21; 43, 1; 2; 181 (121), 2; 233 (173), 14; 237 (177), 36; 239 (189), 16; 33; 240 (190), 3; 244 (194), 19; al.; vol. II p. 14, 11; 22, 23; 26, 27; 41, 5; 47, 36; 48, 18; 52, 29; al.

2) *τέμνεσθαι δ. κ.*: ed. Friedlein p. 286, 24; 287, 17; 320, 12; 369, 13; 416, 2; *τέμνειν δ. κ.*: p. 229, 20; 290, 1.

τέμνειν κατά: p. 218, 23; 286, 21; 289, 4; 5; al.

3) *τέμνεσθαι δ. κ.*: Archim. ed. Heib. vol. III p. 14, 25; 16, 20; 60, 22; 270, 24; 328, 16; 338, 23; *τρίχα*: p. 46, 26.

τέμνειν et *-εσθαι κατά*: p. 72, 3; 78, 2; 8; 80, 28; 120, 8; 194, 21; 226, 19; 254, 8; 336, 2.

4) Huc scilicet eos quoque locos censui pertinere, ubi non primo loco *νενοήσθω* vel *ἔστω* legitur, sed aliud vocabulum velut *πάλιν* vel genetivus qui dicitur absolutus (velut *τούτου προδειχθέντος* vel simile quicquam) antecedit.

5) Velut ed. Heib. vol. I p. 10, 16; 26, 18; 34, 5; 46, 4; 56, 1; 27; 62, 9; 74, 6; 82, 3; 98, 5; al.; II p. 74, 3; 82, 1; 84, 22; 88, 9; 92, 5; 94, 22; 100, 3; al.; IV p. 22, 15; 34, 18; 54, 23; 62, 3; 78, 1; 86, 14; al.

6) Velut vol. I p. 294, 17; II p. 108, 20; IV p. 68, 21; 288, 14; 294, 12; 296, 8; 300, 15; 304, 16; 316, 13; 328, 8; al.

7) Bis tantum: vol. IV p. 162, 21 et 228, 12.

p. 216, 20). Apud Archimedem *νενοήσθω* omnino non invenitur, sed solum — atque id saepissime — *νοείσθω* (Heiberg in indice edit. Archim. vol. III p. 439 exempla affert quadraginta duo), tamen vix unquam [1]) figurarum descriptiones ita incipiuntur sed semper fere [2]) a vocabulo *ἔστω*. Idem et nonnunquam *ἐκκείσθω* iam commemoravimus (p. 30 med.) Hypsiclem scribere. In Heronis libris [3]) et in paucis illis quae in Theonis Smyrnaei expositione exstant demonstrationibus geometricis [4]) plerumque *ἔστω* videmus usurpatum esse. De Ptolemaeo idem fere quod de Hypsicle dicendum est [5]), nisi quod praeterea etiam a verbo *νοείσθω* — *νενοήσθω* nunquam legimus — constructiones nonnullis locis [6]) exorditur. Pappus saepissime illo *ἔστω* [7]), haud raro aliis quoque verbis utitur: compluries *ἐκκείσθω* [8]), nonnunquam *νοείσθω* [9]) vocabulis; *νενοήσθω* uno loco neque eo in principio reperitur descriptionis (p. 624, 8 ed. Hultsch). Apud Theonem Alexandrinum usitatissimum est *ἔστω* [10]), praeter quod crebro etiam *ἐκκείσθω* [11])

---

1) Duo sunt loci, ubi in demonstrationum initio scriptum est *νοείσθω*: vol. II p. 254, 20 (*νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὄψιος*) et p. 304, 22 (*νοείσθω δὴ τό τε ἐν τᾷ θεωρίᾳ προκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὸν ὁρίζοντα*), ibi autem apparet re vera non figuras geometricas describi. Neque hi idonei sunt loci: I p. 66, 5 et 72, 19, cum hic non novi problematis demonstratio, sed nova pars eius quae antecedit argumentationis incipiatur, quamobrem eadem adhibentur quae antea schemata.

2) Velut vol. I p. 12, 22; 13, 26; 18, 19; 26, 26; 30, 21; al.; II p. 18, 8; 28, 15; 34, 21; 42, 24; al. saepissime.

3) Ed. Hultsch Geom. 7, 1; 18, 1; 21, 1; 23, 1; 24, 1; 26, 1; al.; Ster. I 35, 1; 37, 1; 40, 1; II 37, 1; 38, 1; al.; Mens. 29; 32; 33; al.; Mens. triang. 2.

4) Ed. Hiller p. 117, 14; 152, 11; 159, 1; 160, 12; 166, 14; 169, 9; 171, 3; 181, 12; al.

5) *ἔστω*: ed. Halma vol. I p. 26, 32; 29, 28; 31, 19; 34, 22; 35, 35; 114, 5; 32; al. *ἐκκείσθω*: p. 60, 15; 91, 32; 100, 29; 127, 10; 35; al.

6) Vol. I p. 244, 1; 288, 13; 290, 2; 354, 20.

7) Ed. Hultsch p. 2, 4; 14; 4, 19; 6, 12; 32, 4; 48, 19; 50, 1; 21; 56, 18; 62, 19; 72, 9; 300, 3; 314, 4; 322, 7; 25; 328, 7; 332, 16; al.

8) p. 242, 15; 252, 5; 296, 13; 414, 8; 422, 34; 434, 23; 438, 25; 614, 7; al.

9) p. 1032, 5; 1110, 1; 27; 1114, 8; saepius legitur praeterea mediis in demonstrationibus velut p. 254, 12; 260, 3; 360, 3; 384, 26; 398, 19; 404, 15; 1032, 13; 1054, 16; 1072, 7; al.

10) Ed. Halma vol. I p. 25, 3; 26, 37; 29, 13; 33, 11; 36, 10; 37, 9; 38, 29; al.; p. 100, 31; 103, 3; 105, 22; 116, 15; 31; 117, 10; 118, 25; 181 (121), 16; 187 (127), 19; al.; vol. II p. 3, 9; 18, 14; 28, 22; 43, 6; 44, 35; 48, 9; 51, 22; 54, 31; 56, 24; al.

11) Vol. I p. 34, 29; 40, 18; 46, 25; 47, 24; 64, 28; 112, 14; 185 (125), 16; 206 (146), 4; 209 (149), 6; 223 (163), 25; 245 (195), 19; 257 (207), 9; vol. II p. 24, 17; 53, 4; 23; 64, 23; 66, 21; 73, 6; 84, 24; 101, 7; 103, 8; 121, 35; 129, 32; 135, 8; 136, 9; 148, 36.

et saepius νενοήσθω [1]) adhibentur. Proclus a duobus his initium facit rarissime (ab utroque semel: ἐκκ. p. 331, 2; νεν.[2]) p. 189, 23 ed. Friedl.) sed semper fere ab ἔστω [3]), quo Eutocius quoque creberrime [4]) usus est. Hic vero praeter Theonem Alexandrinum solus non raro etiam illud νενοήσθω usurpavit[5]), compluries coniunctum cum χωρίς [6]), quae verba in principio minoris plerumque demonstrationis maiori cuidam additae sive interpositae scribi solent, id quod in XV C quoque uno loco videmus factum esse: p. 62, 9. Quomodo denique hac in re XV A et C inter se differant supra iam exposuimus (p. 27, 4).

Ex eis, quae de uniuscuiusque auctoris consuetudine dicta sunt, mihi videtur concludi posse illud νενοήσθω, in constructionum vel demonstrationum initio praecipue usurpatum, apud ultimos demum illorum mathematicorum, imprimis Theonem Alexandrinum, Eutocium [7]), discipulum Isidori, paulo fuisse usitatius, apud priores singulis tantum locis inveniri.

3) Hanc formulam: 'linea quaedam cum altera rectum continet angulum' in XV A bis (p. 48, 8; 13) sic Graece redditam invenimus: ἡ ... ὀρθὴν γωνίαν περιέχει μετὰ τῆς.... Quamquam autem illud γωνίαν περιέχειν satis est usitatum et saepe etiam ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσιν de duabus lineis apud omnes fere mathematicos legimus, tamen in illa ipsa formula, ubi altera linea dicitur cum altera rectum efficere, Euclides semper his utitur verbis: ὀρθὰς γωνίας ποιεῖν πρὸς ... [8]), illud vero περιέχειν μετά de recto angulo nunquam scripsit, sed raro tantum cum ἴσας γωνίας (ed. Heib. vol. IV p. 122, 23) vel cum τυχοῦσαν γωνίαν (II p. 104, 9) coniunctum. Archimedes illud περιέχειν μετά, etsi περιέχειν γωνίαν (sine illa praepositione) haud

---

1) Vol. I p. 17, 16; 30, 17; 52, 34; 58, 6; 68, 25; 73, 6; 78, 36; 81, 9; 85, 4; 89, 16. II p. 4, 20. νοείσθω: vol. II p. 29, 15; 122, 18.

2) Praeterea semel reperimus ἐννοήσθω p. 266, 19, ubi Philonis verba laudantur.

3) Ed. Friedl. p. 197, 12; 216, 1; 227, 10; 236, 6; 248, 22; 256, 19; 262, 7; 273, 15; 281, 19; 295, 27; 302, 22; al.

4) Archim. ed. Heib. vol. III p. 6, 17; 18, 20; 26, 21; 46, 23; 62, 8; 68, 1; 70, 6; 72, 23; 76, 23; 90, 5; 92, 19; 94, 6; 96, 6; 26; 98, 19; al.

5) p. 10, 1; 26; 14, 21; 16, 14; 26, 21; 60, 9; 176, 2; alias quoque apud eum νενοήσθω satis est usitatum cf. p. 38, 21; 74, 8; 86, 5; 98, 24; 168, 4.

6) p. 34, 22; 38, 15; 128, 23; 210, 17.

7) Respiciendum est, quamquam totidem fere e Theone quot ex Eutocio exempla vocabuli νενοήσθω afferi possunt, tamen apud hunc, pro libri brevitate, illud verbum crebrius legi quam apud illum, cuius multo maius exstat opus.

8) Ed. Heib. vol. IV p. 2, 7; 16, 9; 12; 20, 12; 26, 14; 36, 21; 40, 18; 78, 25; 290, 4.

paucis locis adhibuit[1]), omnino non usurpasse videtur, quoniam ubique ita tantum dicere solet: *ὀρθὰς*[2]) et *ἴσας γωνίας ποιεῖν ποτὶ* ...[3]) atque bis etiam *ἀμβλεῖαν γωνίαν ποιεῖν ποτὶ* ... (vol. II p. 64, 5; 326, 9 ed. Heib.). Ex Hypsiclis et Theonis Smyrnaei[4]) libris exempla apta afferri nequeunt. Heron semel, Proclus bis verbis *ὀρθὰς γωνίας ποιεῖν πρός* usus est[5]). Ptolemaei duo illi loci: *ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν* (de duobus circulis dictum vol. I p. 112, 15 ed. Halma) et *ὀρθὰς γωνίας ποιοῦσιν αἱ ἐπὶ τὰ Δ καὶ Ε* (scil. *κάθετοι*) *πρὸς τῷ ζῳδιακῷ* (p. 368, 24) itemque Theonis Alexandrini illud *ὀρθὴ γωνία περιεχομένη ὑπὸ* ... (ed. Halma vol. II p. 120, 26) sive *γινομένη ὑπὸ* ... (vol. II p. 119, 35; 120, 12; 125, 21; al.) comparari non possunt, alia autem exempla rectorum qui lineis efficiuntur angulorum apud duos illos mathematicos non repperi. Solum apud Pappum nonnunquam[6]) occurrunt verba, quae cum illa in XV A formula prorsus congruant, illud vero *ποιεῖν πρός* nusquam invenimus. In Eutocii denique commentario nulli qui conferantur idonei sunt loci, quoniam quae ibi leguntur: *ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν*[7]) vel *ἴσην γωνίαν περιέχειν μετά* (p. 22, 26) non quadrant ad id de quo agimus exemplum, neque XV C eiusmodi exhibet formulas.

Itaque quamquam hic propter testimoniorum inopiam de maiore mathematicorum parte iudicium fieri non potest, id tamen dignum est cui aliquid tribuatur, quod manifesto Pappus et auctor primorum XV libri problematum eadem utuntur dictione, cuius apud reliquos scriptores nullum exstat exemplum.

4) Ea recta, qua duo puncta coniunguntur[8]), in XV A (p. 44, 10) breviter significatur *ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Θ*. Quae dicendi brevitas apud superiores mathematicos non videtur usitata fuisse. Euclides enim semper fere[9]) verba *ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα*, raro solum participium (velut vol. I p. 200, 3) addit. Neque in Archimedis libris

---

1) Velut vol. II (ed. Heib.) p. 56, 13; 20; 64, 21; 66, 15; 70, 5; 72, 5; al.

2) Vol. I p. 346, 2; 360, 13; 362, 5; 440, 15; 460, 10.

3) Vol. I p. 282, 26; II p. 54, 7; 10; 142, 19; 180, 16; *ἀνίσους*: II p. 70, 12.

4) Non quadrant quae legimus p. 112, 22 (ed. Hiller): *αἱ τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσαι πλευραί* et p. 122, 14: *ἴσας γωνίας ποιεῖν πρὸς* ... .

5) Heron Def. 115, 2. Proclus ed. Friedl. p. 135, 20; 283, 20, qui similiter etiam dicit de perpendiculis: *ὀρθὰς γωνίας ποιοῦσι πρὸς τῇ εὐθείᾳ* (p. 384, 18).

6) Ed. Hultsch p. 72, 18; 138, 21; [148, 19].

7) Archim. ed. Heib. vol. III p. 70, 8; 74, 1; 76, 24; 218, 14.

8) Simplicissimam scilicet significandi rationem: *ἡ ΑΒ εὐθεῖα* vel *ἡ τὰ Α, Β ἐπιζευγνύουσα* in eis quae sequuntur non respexi.

9) Ed. Heib. vol. I p. 168, 22; 170, 12; 196, 2; 11; 198, 11; al.; IV p. 22, 24; 24, 1; 336, 22; al.

ullum illius compendii vestigium invenitur, cum hic omnino lineas a quolibet puncto ad alterum ductas illa ratione non significet, sed sic tantum soleat scribere: *ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα* [1]) sive *εὐθεῖα ἀχθεῖσα* [2]) omisso *ἡ*, ubi participium apparet deesse non posse. Ab Herone et Proclo his locis rectae commemorantur bina puncta coniungentes: Her. Def. 87: *ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα*; Geom. 3, 9: *αἱ ἀπὸ τῶν ἄκρων τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ ἄκρα τῆς βάσεως τεταμέναι εὐθεῖαι*; Procl. ed. Friedl. p. 224, 11: *ἡ ἀπ' αὐτοῦ* (scil. *τοῦ σημείου*) *πρὸς τὸ πέρας τῆς εὐθείας ἐπιζευγνυμένη*, sed puncta illa non sunt litteris notata. Nec plane quadrant ea quae in Ptolemaei Almagesto exempla inveni: *τὰς ἀπὸ τῶν λοιπῶν δύο σημείων ἐπὶ τὸ τοῦ ζῳδιακοῦ κέντρον ἐπιζευγνυμένας εὐθείας* (ed. Halma vol. I p. 248, 35; 249, 6); *ἡ ΑΕ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων ἐπὶ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου Ξ* (p. 297, 23; 26); *ἡ ἀπὸ τοῦ συνδέσμου ἐπὶ τὸ Γ περιφέρεια* (p. 393, 19 et paulo post omisso *περιφέρεια* vv. 26 et 32). Pappus et *εὐθεῖα* et participium haud raro omisit [3]), quamquam non desunt loci, ubi hoc saltem additum est (velut p. 1094, 22 ed. Hultsch), itemque Theoni Alexandrino illa significandi brevitas non inusitata videtur fuisse, cf. vol. I (ed. Halma) p. 250 (200), 25: *καὶ συμπιπτουσῶν τῶν εὐθειῶν, ὡς τῆς ἀπὸ τοῦ Α τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὸ Ζ*, et omissis litteris I p. 62, 10: *πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς* [4]). Apud Eutocium quotiens additum est participium, totidem locis videmus omissum esse [5]). In XV C ubique et *εὐθεῖα* vocabulum et participium solet ascribi (cf. p. 56, 3; 58, 18; 62, 3). Ex eorum quorum mentionem non feci auctorum scriptis exempla ad comparandum ullo modo idonea afferri nequeunt.

Id igitur mihi videtur cognosci posse posteriores demum mathe-

---

1) Ed. Heib. vol. I p. 176, 14; 430, 5; al.; II p. 22, 17; al.

2) Vol. I p. 318, 22; 320, 17; 326, 22; 380, 22; 24; al.

3) *ἡ ἀπὸ τοῦ ... ἐπὶ τὸ ...*: ed. Hultsch p. 492, 6; 7; 23; 24; 494, 5; 510, 2; 14; 1088, 22; al.

4) Similiter saepius de arcubus circulorum dixit: *ἡ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Δ* (scil. *περιφέρεια*) vol. I (ed. Halma) p. 61, 25; II p. 111, 29; 116, 31 et item punctorum litteris non additis: I p. 224 (164), 26 sq.; II p. 43, 19; al. Interdum etiam participium ascripsit: *ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τὸ λοιπὸν σημεῖον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα* vol. I p. 235 (185), 4; 237 (187), 10; similiter p. 240 (180), 9.

5) *ἡ ἀπὸ τοῦ ... ἐπὶ τὸ ...*: Archim. ed. Heib. vol. III p. 28, 15; 74, 6; 7; 78, 14.

ἡ ἀπὸ ... ἐπὶ ... ἐπιζευχθεῖσα: p. 102, 2.

ἡ ἀπὸ ... ἐπὶ ... ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα: p. 168, 12; 170, 23; 310, 17.

maticos ellipsi illa esse usos, quamquam praeterea haud dubie plena dictio semper usurpata est.

Ceteroquin libri XV usus dicendi plerumque idem est atque plurimorum mathematicorum, aut si nonnulla inveniuntur leviora discrimina, eiusmodi sunt dictiones, quarum apud alios scriptores nulla reperiuntur exempla [1]), ideoque nihil ex eis de auctoris tempore cognosci potest. Neque de omnibus eis quae tractatae sunt formulis quamvis paucis pro certo licet affirmare uniuscuiusque quam animadvertimus discrepantiae causam e mutata singulis saeculis dicendi consuetudine esse repetendam, quamobrem admodum incerta sunt quae inde de libri XV primae partis aetate videntur esse conicienda: e verbis enim *δίχα τέμνεσθαι σημείῳ* et ex illo *ἡ ἀπὸ τοῦ ... ἐπὶ τὸ ...* id quidem fortasse concludas posterioribus demum temporibus (non ante Pappum) opusculum illud esse ortum. Quod deinde nusquam in XV A figurarum descriptiones a verbo *νενοήσθω* incipiuntur quodammodo videtur indicare illius partis auctorem Eutocii et eius, qui XV C conscripsit, non condiscipulum, fortasse ne aequalem quidem fuisse.

At aliquanto probabiliorem aliam opinor conclusionem esse. Cum nullo vidimus libelli illius scriptorem tantopere dicendi usu congruere quantopere cum Pappo, apud quem omnes illae dictiones item inveniuntur usurpatae. Maioris etiam momenti est, quod quae in XV A leguntur verba *δίχα τέμνεσθαι τῷ ... σημείῳ* apud nullum alium mathematicum tam erant usitata quam apud Pappum, deinde quod formula *ἡ ... περιέχει ὀρθὴν γωνίαν μετὰ τῆς ...* praeter hunc et illius opusculi auctorem usus est nemo. Quae cum ita sint, nonne est cur suspicemur Pappi fere aetate, fortasse etiam ab eiusdem quodam discipulo, primam libri XV partem esse conscriptam? Cuius opinionis aliud quoque argumentum videtur afferri posse.

Incipitur quintum illius libelli problema a verbis *ἐκκείσθω πεντάγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τὸ ΑΒΓΔΕ* (cf. p. 6; 10), quibus significatur basis pyramidis quinque triangulis eis, quae icosaedri quemlibet angulum efficiunt, circumclusae. Illa verba iam monuimus primo aspectu aegre intellegi, quoniam etsi saepissime scribitur satis perspicue *τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου* vel *πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου* — nam his ipsis polygonis schemata illa continentur — tamen per compendium quodammodo mirum illud *πεντάγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου* dictum est. Idem autem vocabulum admodum insigne semel etiam in Pappi

---

1) Velut illud quod iam commemoravimus (p. 26, 2) *τὰ ἐφεστῶτα τετράγωνα (τοῦ κύβου)* p. 42, 9 vel *τὰ ποιοῦντα τὸ ὀκτάεδρον τρίγωνα* p. 44, 1.

libris legitur: p. 422, 34 (ed. Hultsch), ubi illud pentagonum, in quo icosaedrum solet constitui[1]), ita appellatur. Quod pentagonum quamquam proprie non idem est atque basis illa pyramidis icosaedri, tamen haec duo non solum prorsus inter se congruunt, sed etiam in uno plano sunt posita et in eodem circulo describuntur[2]), quamobrem quid intersit inter ea omnino non cognoscitur, nisi icosaedrum delineatur totum. Cum vero de uno illius angulo, i. e. de pyramide in pentagono exstructa, in XV A agatur, admodum profecto esset mirum, si auctor primo loco id pentagonum, in quo icosaedrum constituitur, deinde basin pyramidis cum illo plane congruentem descripsisset. Indicabimus igitur duobus illis locis idem dicendi compendium usurpatum esse, quod quia apud reliquos scriptores nusquam invenitur — in Euclidis Elementis et in Hypsiclis libro hoc tantum legitur: *ὁ κύκλος, ἀφ᾽ οὗ τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγέγραπται*[3]), similiter in XV C: *ὁ κύβος, ἀφ᾽ οὗ τὸ δωδεκάεδρον ἀναγράφεται* (p. 64, 2), ab Herone commemoratur (Def. 103) *τὸ πεντάγωνον, ἐξ οὗ γίνεται τὸ δωδεκάεδρον* —, praecipue existimo idoneum esse ad confirmandam eam quam supra exposui coniecturam.

Deinde autem aliud quoque dignum cuius mentionem faciam puto esse: coniecturae illius, quam saepius commemoravimus, Tannerii et Heibergi, qui Eutocii condiscipulum ultimam XV libri partem conscripsisse suspicati sunt, documentum mihi videtur esse, quod illud *νενοήσθω* (interdum etiam *νενοήσθω χωρίς*) et in XV C et apud Eutocium saepenumero, apud reliquos excepto Theone Alexandrino mathematicos aut perraro aut nunquam in descriptionum initiis nobis occurrit. Sed hic quoque novum praeterea argumentum opinor me repperisse.

In XV C crebro[4]) ad significandum anguli cuiusdam quod dicitur supplementum i. e. eum angulum, qui ad datum quendam additus duobus eum rectis aequalem reddit, haec adhibetur formula: *ἡ λείπουσα εἰς τὰς δύο ὀρθάς* (scil. *γωνία*). Quae verba in eis quae comparavi mathematicorum scriptis nusquam nisi apud Eutocium plane eodem modo dicta inveniuntur (Arch. ed. Heib. vol. III p. 118, 18). Etsi enim similiter et in Ptolemaei Almagesto et in commentario

---

1) Cf. Eucl. Elem. lib. XIII 16, p. 304 sqq. ed. Heib.

2) Ergo situ tantum differunt, cf. figuram IV, ubi *ΑΒΓΔΕ* id pentagonum est, in quo icosaedrum constituitur, *ΖΗΘΚΛ* basis est pyramidis, quae uno icosaedri angulo vertice utitur.

3) Eucl. Elem. ed. Heib. vol. IV p. 316, 4; 332, 8; 11; 19; vol. V p. 10, 19; 21.

4) Eucl. Elem. ed. Heib. vol. V p. 52, 10; 16; 25; 58, 6; 20; 60, 16; 62, 4; 64, 20; 66, 3; 14.

Theonis Alexandrini saepissime scriptum est: *αἱ λείπουσαι* (sive *λοιπαὶ*) *εἰς τὰς β' ὀρθὰς μοῖραι*, tamen neuter dixit: *ἡ Α γωνία ἡ λείπουσά ἐστιν εἰς τὰς β' ὀρθάς*, sed semper: *ἡ Α γωνία τῶν λειπουσῶν* (sive *λοιπῶν*) *εἰς τὰς β' ὀρθὰς μοιρῶν ἐστιν*, ubi *μοῖραι* vocabulum haud raro est omissum [1]. Unus igitur ex eis quorum libros inspexi scriptoribus Eutocius cum Isidori discipulo hac in re plane videtur congruere.

Haec fere sunt, quae e libri XV dictione cum aliorum dicendi consuetudine comparata de auctoribus et de aetate singularum illius libri partium concludi posse existimo; quam rationem quamquam concedendum est imprimis propter exemplorum inopiam minus certam esse, tamen haec via ingredienda fuit ad quaestiunculam illam, quoad fieri potuit, absolvendam.

Iam vero ut eius quam de XIV et XV Elementorum libris instituimus quaestionis summam brevissime complectamur, quattuor apparet Elementis Euclidis adiuncta esse additamenta: certi cuiusdam mathematici librum et tria commentariola a discipulis e magistrorum scholis confecta, quorum et primum et multo magis etiam tertium ab ipso auctore amplificatum esse vidimus. Quomodo autem factum sit, ut supplementa illa, quorum tria certe manifestum est in scholis tironum in usum addita esse, plurimis in Euclidis libris ad nos pervenerint, facillime mihi videtur intellegi posse, si ea quae exstant exemplaria descripta esse putabimus ex Elementorum codice, qui in celebri quadam mathematicorum schola, velut in Alexandrina, per complura saecula conservatus et a magistris adhibitus sit discipulis erudiendis. Eiusmodi enim librum verisimillimum est, ubi non sufficiebant quae Euclides tractaverat, variis auctum esse additamentis, quod in fine potissimum, cum illa de quinque schematis solidis doctrina libro XIII nullo modo sit absoluta, facillime poterat fieri. Sic igitur non mirabimur scripta dissimillima et diversis tem-

---

1) Ptol. ed. Halma vol. I p. 116, 15: *ἡ ὑπὸ … γωνία τῶν λοιπῶν εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἔσται μοιρῶν ξϛ θ'*, item p. 117, 30; 118, 24; 132, 28; omisso *μοιρῶν*: p. 305, 27; 313, 37; similiter: *ἡ … γωνία τῶν λοιπῶν εἰς τὴν μίαν ὀρθὴν μοιρῶν* p. 254, 24; omisso *μοιρῶν* p. 262, 1. *ἡ … γωνία τῶν λοιπῶν εἰς τὰς τέσσαρας ὀρθὰς ἔσται μοιρῶν πη νϛ'* p. 301, 17; omisso *μοιρῶν* p. 336, 27.

αἱ λείπουσαι εἰς τὰς ρπ' (scil. *μοῖραι*) p. 362, 14; 19.

Theon Alex. ed. Halma vol. II p. 103, 28: *ἡ … γωνία τῶν λειπουσῶν ἐστιν εἰς τὰς β' ὀρθάς* (*μοιρῶν*), item II p. 103, 36; 106, 23; 108, 26; 109, 7; 115, 4; 15; 36; 141, 17; al.

cf. etiam *αἱ λοιπαὶ εἰς τὸ τεταρτημόριον μοῖραι* II p. 58, 14; similia.

Quod legimus II p. 17, 9: *ἡ λείπουσα εἰς τὸ τεταρτημόριον* non de angulo sed de arcu dictum est.

poribus composita Elementis adiuncta esse, neque illud quicquam habebit miri, quod discipulorum quoque opuscula tam indigna, quam primam libri XV partem ostendimus esse, in illum codicem recepta sunt, si magistros ipsos de illis rebus fortasse nil scripsisse aut certe nil reliquisse fingemus. A librariis autem supplementa una cum Euclidis libris descripta et nonnulla etiam illi attributa sunt auctori.

Sed liceat mihi hanc de additamentorum conservatione coniecturam alius quoque scriptoris exemplo paulo accuratius comprobare: Dionysii Thracis, cuius liber in grammaticorum scholis non minus usitatus fuit quam in mathematicorum Euclidis opera, quamobrem haud paucas hic similitudines invenimus. Illius enim breviario artis grammaticae tam strictim confecto, ut multo magis nimirum quam Elementa supplementis indigeret, hae adiunctae sunt appendices [1]:

1) Theodosii Alexandrini *κανόνες εἰςαγωγικοὶ περὶ κλίσεως ὀνομάτων καὶ ῥημάτων.* Fuisse qui illos ab ipso Dionysio compositos esse putarent indicant verba quaedam in cod. Monac. 284 adnotata [2], cf. Uhlig ed. Dion. Thr. p. XLVII v. 30.

2) *Περὶ προςῳδιῶν* (apud Uhligium suppl. 1). Quisnam hoc conscripserit optimi codices non commemorant, in reliquis Theodosii plerumque nomen adiectum est, sed apparet (ut recte monet Uhlig l. l. p. XLIX, 9 sqq.) id non alia de causa esse factum, nisi quod illi quorum modo mentionem fecimus *κανόνες* ab hoc grammatico sunt confecti.

3) *Περὶ τέχνης* (suppl. 2 Uhl.), vocis *τέχνη* explicatio brevissima, quam a quibusdam etiam ipsi Dionysio addictam esse et ea docent, quae in cod. Grottaferrat. ei inscripta sunt [3], et scholia huc pertinentia [4].

4) *Περὶ ποδῶν* (s. 3 Uhl.), pedum metricorum enumeratio. Hanc quoque nonnulli existimabant Dionysio deberi, quod cognoscitur e quorundam librorum adnotationibus [5], cf. Uhlig l. l. p. LII, 20 sqq.

---

1) Vetustiora sola respexi additamenta Uhligium secutus (ed. Dion. Thr. p. XLVII sqq.).

2) *Ἔνιοι δὲ λέγουσιν, ὅτι καὶ οἱ κανόνες ῥημάτων καὶ ὀνομάτων διονυσίου θράκου* (sic) *εἰσί.*

3) *Διονυσίου γραμματικοῦ. τὰ προλεγόμενα. περὶ τέχνης γραμματικῆς.*

4) Bekkeri Anecd. Graeca p. 720, 8—11: *ἐπειδήπερ τῷ τεχνικῷ* (i. e. Dionysio) *περὶ γραμματικῆς ἡμᾶς πρόκειται διδάξαι, ἡ δὲ γραμματικὴ τέχνη ἐστί, διέξεισι πρῶτον περὶ τέχνης, τί τέ ἐστι τέχνη ὁριζόμενος, καὶ πόσα ταύτης τὰ εἴδη διεξιών.*
ibid. p. 721, 20: *ὁ δὲ τεχνικὸς οὕτως· τέχνη ἐστὶ σύστημα ἐγκαταλήψεων ἐγγεγυμνασμένων πρός τι τέλος εὔχρηστον τῶν ἐν τῷ βίῳ.*

5) Codd. Leidens. et Calusianus: *ἄξιος αἰνεῖσθαι Διονύσιος, ὃς τάδ᾽ ἔγραψεν.*

5) Verborum τύπτω et τίθημι formarum index, breviarium e Theodosii Canonibus exscriptum (s. 4 U.).

6) Commentaria quaedam a compluribus auctoribus composita, quae nonnullis in codicibus partim separata exstant, in aliis commixta sed ita, ut quae quisque interpres scripserit plerumque possit cognosci. Itaque disiungere singulas partes Hoerschelmann [1]) coepit prosperrime, perrexit Hilgard [2]) simul quae ille coniecerat confirmans, atque contigit illis, ut plurimas quorundam explanatorum adnotationes dissipatas colligerent.

Ex illis commentariis duo nunc paulo copiosius tractare haud ab re mihi videtur esse. Haec enim credo nihil nisi libellos esse ad explicandam in scholis Dionysii artem confectos i. e., cum illa in usum non tironum sed discipulorum in grammaticis studiis quodammodo iam versatorum scripta sint — cuius rei paulo inferius argumenta proferam —, commentariola esse, quibus magistri in scholis de illo grammatico habitis utebantur. Quam coniecturam de Melampodis [3]) commentario primus protulit Ludovicus Lange [4]) et comprobaverunt Hoerschelmann, Hilgard (l. l. p. 19), Uhlig (l. l. p. XXXIV, 36 sqq.), idem vero de Stephani commentario conabor paucis quibusdam argumentis demonstrare.

Atque possunt nonnulla e commentariorum illorum dictione argumenta afferri, quibus quodammodo videtur probabile reddi ea non solum ad legendum esse conscripta, verum etiam ut tradantur auditoribus. Velut animadvertimus Melampodem creberrime quae iam exposuit repetere, cuius rei documentum est cum verborum ὡς εἴρηται, ὡς εἰρήκαμεν, μεμαθήκαμεν, similium frequentatio [5]), tum quod auctor, quotienscunque Dionysii quandam definitionem explicavit, suis ipsius verbis eandem solet iterare (cf. Hoerschelm. l. l. p. 20 med.). Nec desunt eiusmodi loci, ubi ipse interpres profiteatur se ea quae antecedunt denuo breviter esse complexurum, ut Bekk. Anecd. Gr. p. 738, 29: ἀνακεφαλαιώσωμεν οὖν· τί ἐστι τὸ [δεύτερον] μέρος τῆς

---

cod. Calus.: τοῦτο δὲ τὸ μέτρον (iambicum scil.) οὐκ εἶπε Διονύσιος, ἀλλ' ἡμεῖς διὰ τὴν τῶν νέων ὠφέλειαν προςεθήκαμεν (reliquam igitur huius supplementi partem Dionysio tribuit is, qui haec ascripsit).

Bekk. Anecd. Gr. p. 673, 6 (ex Artis prolegomenis): διαλαμβάνει γὰρ καὶ περὶ τῶν μερῶν τοῦ λόγου ὡς ἐν συντόμῳ καὶ περὶ τῶν μέτρων.

1) 'De Dionysii Thracis interpretibus veteribus'. Partic. I Lipsiae 1874.

2) 'De artis grammaticae ab Dionysio Thrace compositae interpretationibus veteribus'. Lipsiae 1880.

3) Nonnullis in codicibus Diomedis nomen ascriptum est.

4) Cf. Hoerschelm. l. l. p. 29 adn.

5) Exempla collegit plurima Hoerschelm. l. l. p. 19; 23; 24; 25.

γραμματικῆς; *κ. τ. λ.* De hac Melampodis consuetudine Hoerschelmann iudicat videri eum intellegentiae legentium nimium diffidere [1]. Sed quomodo cum hoc convenit iudicio, quod Melampus saepius commemoravit [2] Dionysium scribere *ὡς πρὸς εἰςαγομένους* se ipsum huic interdum opponens (velut Bekk. An. Gr. p. 819, 20; 825, 25; al.), unde id certe credo apparere illius commentarium ad peritiorum discipulorum institutionem esse accommodatum? Quod si eiusmodi locos in scholis dictos esse fingemus, vix illae repetitiones movebunt admirationem.

Tum singulas quoque dictiones nonnullas hic existimo commemorari posse, quae etsi nullo modo abhorrent a scripta tantum explicatione, tamen magis decent magistrum scholam habentem velut: *ταύτην οὖν τὴν ζήτησιν σὺν θεῷ εἰσόμεθα* (Bekk. Anecd. Gr. p. 772, 33); *ἣν* (scil. *αἰτίαν*) *εὔκαιρον νῦν εἰπεῖν* (ibid. p. 810, 9); *ὃν μέλλω σοι λέγειν* (ibid. p. 811, 2); *μεταξὺ λόγου ἦλθέ μοι θαῦμα* (ibid. p. 842, 3); *τί σοι καθ' ἕνα φημί*; (quam scripturam p. 959, 2 sqq. integriorem exhibet cod. Hauniensis, cf. Hilg. l. l. p. 17 adn. 9). Idonea igitur et haec et alia mihi videntur esse ad confirmandam Langii opinionem, qua optime simul explanatur, quomodo sit factum, ut duo illi grammatici, Melampus et Diomedes [3], huius commentarii auctores nominentur [4].

Adde quod Stephani quoque commentarium, item non tironum sed eorum in usum, qui elementa artis grammaticae iam didicerint, compositum, verisimillimum est magistri cuiusdam libellum esse ad habendas de Dionysii arte scholas confectum. Nam duo ibi loci exstant, qui num in scripta tantum interpretatione omnino dici potuerint valde dubito. Bekk. Anecd. Gr. p. 812, 27 sqq. legimus: *ἰδού, τὸ κ προφέρομαι οὕτω δι' ἄκρον μόνον τῆς γλώττης, μηδενὸς πνεύματος παραπεμπομένου.* Haec, ni fallor, verba sunt eius, qui re vera edit κ litterae sonum, ut quomodo ille efficiatur auditoribus demonstret. Deinde p. 845, 31 sqq. ad Dionysii verba [5] *παρέπεται δὲ τῷ ὀνόματι πέντε· γένη, εἴδη, σχήματα, ἀριθμοί, πτώσεις* haec Stephanus adnotat: *παρεπόμενον δέ ἐστι συμβεβηκός, ὃ συμβέβηκεν*

---

1) 'Alterum est, quod hic scholiasta mirabili hercle legentium stupiditatis vincendae studio permotus, innumerabilibus fere locis ea, quae supra disputavit, infra repetit, etiamsi de rebus agit, quae ne verbo quidem ut intellegantur egeant'. (l. l. p. 18 inf.)

2) Cf. Hilgard l. l. p. 21 med.

3) Cf. p. 43 adn. 3.

4) Qua de re Lange coniecit alterum fuisse alterius successorem et libello eius in scholis esse usum, cf. Hoerschelm. l. l. p. 29 adn.

5) *Τέχνη* ed. Uhlig § 12 (14b) p. 24, 6.

ἀχώριστον ἢ χωριστόν, ἀχώριστον ὡς Αἰθιόπων τὸ μέλαν, χωριστὸν δὲ ὡς ἐμοὶ τὸ καθέζεσθαι. Ergo interpres, ut perspicuo exemplo quid sit παρεπόμενον χωριστόν demonstret, de se ipso praedicat τὸ καθέζεσθαι, quod vix cogitari poterit eum facturum fuisse, nisi ei, quos docere vult, illum vidissent in cathedra sedentem. Patet igitur quod de Melampodis commentario Lange erat suspicatus de hac Stephani explicatione paulo etiam certius posse affirmari, et concedendum erit hac argumentatione illius quoque coniecturae probabilitatem quodammodo esse auctam.

Deinde si ea quae adhuc spectavimus Artis Dionysii et Euclidis Elementorum additamenta inter se comparabimus, hasce cognoscemus similitudines:

1) Dionysii Τέχνη in scholis grammaticorum variis aucta est scriptis, quoniam et supplementa ad tironum institutionem necessaria (prima quinque) adiuncta sunt et libelli auditoribus in grammaticis studiis aliquo modo versatis apti (commentaria scilicet, imprimis Melampodis et Stephani), itemque in Euclidis exemplaribus non solum plane elementaria vidimus opuscula addita esse (librum qui dicitur XV), sed etiam libellum in usum eorum, qui illa de quinque schematis solidis doctrina iam eruditi erant, ab Hypsicle conscriptum.

2) In utriusque codicibus repperimus vel maiora adnotatis auctorum nominibus additamenta: Hypsiclis librum et Theodosii canones, vel breviora de singulis quaestionibus commentariola (Dionysii scil. suppl. 2—5 et tres libri XV partes), quae partim auctori antecedentis supplementi maioris assignata sunt, velut Hypsicli (a plurimis ante Friedleinum editoribus) lib. XV, Theodosio suppl. 2, partim ipsi ei inter cuius opera exstant scriptori, ut Euclidi (in codicibus) lib. XV, Dionysio suppl. 3 et 4.

3) Praeterea eiusmodi supplementa haud raro e scholis orta esse cognovimus, quamquam unum interest inter duo illa additamentorum genera: sunt enim qui in Dionysii artis exemplaribus leguntur Stephani et Melampodis commentarii magistrorum libelli — vel potius, si recte Lange illam codicum de auctoris nomine discrepantiam explanavit, alter est libellus magistri a successore retractatus —, in Euclidis vero XV qui inscribitur libro discipulorum commentariola invenimus e praeceptorum scholis confecta et partim amplificata.

Neque profecto quicquam habebit miri, quod inter additamenta illorum operum amborum, quamvis differant et magnitudine et materia, similitudo quaedam intercedit, quoniam utrumque disciplinae suae elementa continens in scholis discipulorum institutionis quasi fundamentum fuit. Inde autem quod Dionysii quoque supplementa illa

tam disparia una cum arte ad nos pervenerunt, idem opinor concludi posse, quod de Euclidis additamentis iam coniecimus: conservatum esse in schola quadam grammaticorum maiore (Byzantii fortasse) artis codicem, cui paulatim quae cuique magistro maxime opus esse ad erudiendum videbantur adiuncta sint[1]), et ex hoc in ea quae exstant exemplaria et artem et reliqua transcripta esse, quasi omnia essent Dionysii.

Postremo ut illas quas de origine et singularum XV qui fertur Euclidis libri partium et Melampodis Stephanique commentariorum exposui coniecturas exemplis similibus quodammodo confirmem, paucis mihi liceat etiam illius scriptoris mentionem facere, cuius inter opera varia libellorum e scholis ortorum genera videntur inveniri: Aristotelis. Quamquam enim de singulorum eius scriptorum compositione iudicia saepe inter se differunt hominum doctorum, de quibus diiudicare meum non est, tamen, si placet, nonnullas quas probabilitatis speciem haud exiguam puto habere sententias brevissime proferam.

Ac primum quidem iamdudum cognitum est in Aristoteleorum librorum quod dicitur corpore exstare commentarios, quos ipse ille philosophus ad scholas habendas composuerit. Quod pro certo Heitz (cf. O. Muelleri hist. litt. Graec. context. ab Heitzio vol. II, 2 p. 285 adn. 1) affirmavit de illa quae inscribitur *Σοφιστικοὶ ἔλεγχοι* appendice Topicorum, ubi in fine alloquitur magister auditores, ideoque de ipsis quoque coniecit Topicis. Idem alii de Metaphysicorum lib. XII (Zeller, hist. phil. Graec. vol. II, 2 p. 134 med., ed. III) et de Politicis (Bernays, Arist. Polit. p. 212; Heitz l. l. p. 265; 302) existimaverunt. Deinde inter illa opera, quae a discipulis esse edita verisimillimum est, complura videntur sive ex eis quibus ipse Aristoteles in acroasibus uti solebat libellis relictis a magistro confecta esse, velut Rhetorica Theodectea — quae non sunt tradita — et fortasse Ethica Nicomachea (cf. Diels, 'Ueber das dritte Buch der Aristotelischen Rhetorik' p. 11; Heitz l. l. p. 281; 299), sive ex auditorum commentariolis, quod Oncken ('Die Staatslehre des Aristoteles' p. 57 sqq.) Scaligerum secutus de Politicis et Ethicis Nicom., Bendixen (Philol. vol. XI p. 582) de Ethicis Eudemiis conati sunt demonstrare. De hac vero opinionum discrepantia optime censeo Heitzium iudicasse, qui monet l. l. p. 287 inf., quoniam non omnes Aristotelis libri genuina forma ad nostram aetatem pervenerint, sed complures appareat

---

1) Hoc optime apparet ex eo, quod de origine partis cuiusdam supplementi 4 (*περὶ ποδῶν*) docet adnotatio illa cod. Calusiani supra iam laudata (p. 42 adn. 5): *τοῦτο δὲ τὸ μέτρον* (iambicum) *οὐκ εἶπε Διονύσιος, ἀλλ᾽ ἡμεῖς διὰ τὴν τῶν νέων ὠφέλειαν προςεθήκαμεν.*

a posterioribus scholae Peripateticae magistris sive editos, sive retractatos, sive auctos esse, fortasse in nonnullis etiam coniuncta esse varia illa commentariolorum genera.

Sed sufficiant ea quae attuli exempla. Iam mihi videor ostendisse quod de Euclidis quem dicunt libro XV origine suspicatus sum de aliis quoque scriptis affirmandum esse, unde illius coniecturae probabilitatem spero aliquo modo esse auctam. Apud tres igitur scriptores, qui diversas docuerunt disciplinas et in suo quisque studiorum genere summa auctoritate floruerunt, idem factum esse cognovimus: traditos esse una cum genuinis illorum libris et plerumque etiam sub illorum nomine commentarios quosdam vel a magistris ad habendas de eadem doctrina scholas vel ex acroasibus a discipulis conscriptos.

VITA.

Natus sum Gustavus Fridericus Carolus Kluge pridie Kal. Iunias anni h. s. LXVII Saxoniae provinciae in oppido Aschersleben patre Gustavo Hermanno, matre Paulina e gente de Beaux, quos maxime gaudeo adhuc superstites esse ambos. Fidem profiteor evangelicam a Calvino reformatam. Cum decimum agerem annum, parentes Lipsiam demigravere, ubi in scholam receptus sum Thomanam. Cuius postquam per novem annos discipulus fui, maturitatis adeptus testimonium diebus Paschalibus anni LXXXV, ut philologicis studiis me dederem, academiae Lipsiensis civibus sum ascriptus. Ab eiusdem anni Kalendis Octobr. per duo semestria Lipsiae stipendia merui. Scholas audivi virorum doctissimorum Brugmann, Curtius, Hanssen, Heinze, Hildebrand, Lipsius, Masius, Maurenbrecher, Overbeck, Ratzel, Ribbeck, Richter, Voigt, Wachsmuth, Windisch, Wundt, Frid. Zarncke, Ed. Zarncke. Proseminarii magistris usus sum Ribbeckio et Wachsmuthio, qui in societatibus quoque philologicis benigne me docuerunt. Seminarii regii philologici per duo semestria sodalis ordinarius, seminarii Germanici socius extraordinarius per sex menses fui; exercitationes seminarii paedagogici Richtero moderante alterum hunc annum frequento. Quibus viris cum omnibus tum Curtio Wachsmuth, qui maxime studia mea fovit, gratias semper habebo quam maximas.